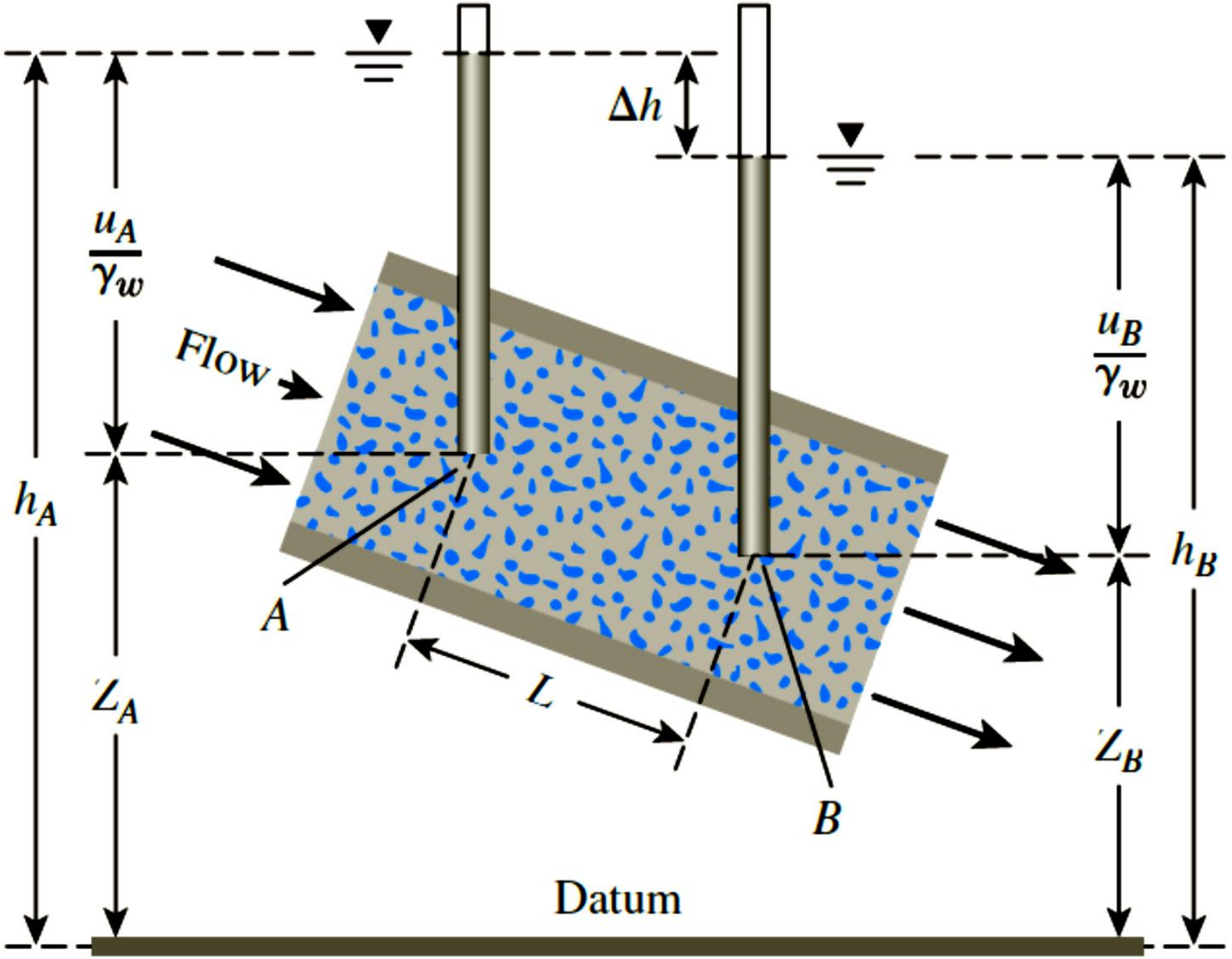
فصل پنجم

نفوذپذیری و نشت

Seepage and Permeability

نفوذپذیری

خاک‌ها به دلیل داشتن منافذ مرتبط با هم، امکان جریان یافتن آب از نقاط پر انرژی به نقاط کم انرژی را فراهم می‌سازند. در مکانیک خاک، بررسی جریان آب در خاک‌های نفوذپذیر دارای اهمیت است. این موضوع برای تخمین زدن مقدار تراوش زیرزمینی در شرایط هیدرولیکی مختلف، برای بررسی مسایل مربوط به پمپاژ آب در عملیات زیرزمینی و همین طور برای تحلیل پایداری سدهای خاکی و سازه‌های حایل خاک تحت نیروهای تراوش ضرورت دارد.


Δh
$\frac{u_A}{\gamma_w}$
Flow
h_A
Z_A
A
L
B
$\frac{u_B}{\gamma_w}$
h_B
Z_B
Datum

معادلهٔ Bernoulli

از مکانیک سیالات می‌دانیم که بر اساس معادلهٔ Bernoulli ، بار کل نقطه‌ای در داخل آب در حال حرکت را می‌توان با مجموع بارهای فشار، سرعت و ارتفاع بیان کرد:

$$h = \frac{u}{\gamma_w} + \frac{v^2}{2g} + Z$$

بار فشار — بار سرعت — بار ارتفاع

که در این جا:

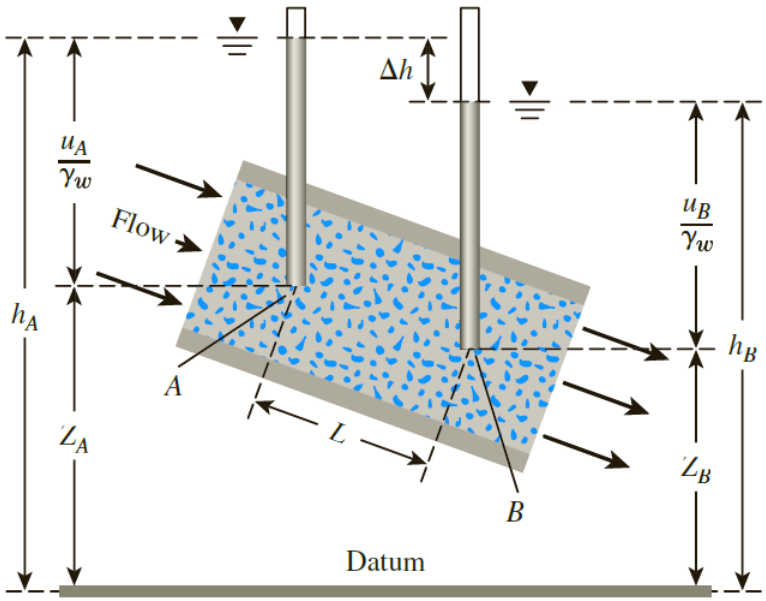
h = بار کل

u = فشار

v = سرعت

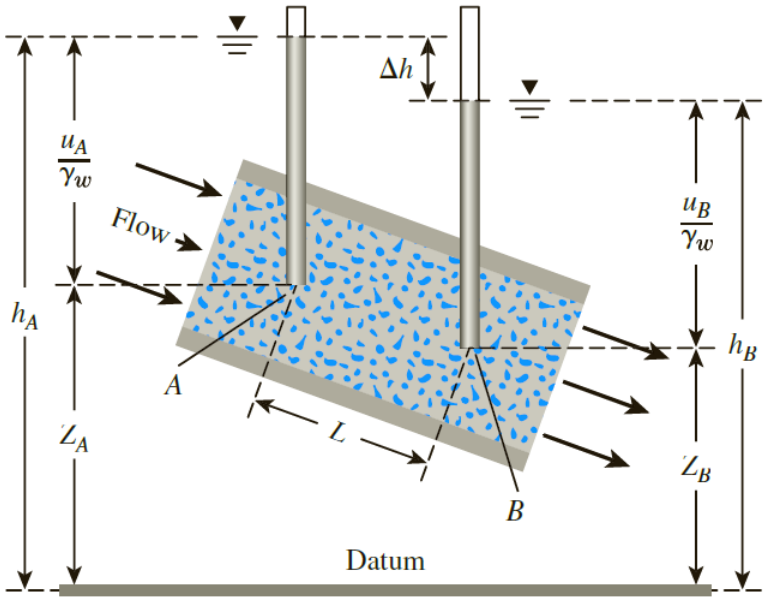
g = شتاب گرانش

γ_w = وزن مخصوص آب.



در صورت کاربرد معادلهٔ Bernoulli در مورد جریان آب درون خاک متخلخل، جملهٔ مربوط به بار سرعت را می‌توان نادیده گرفت، چرا که سرعت تراوش کم است و به این ترتیب بار کل هر نقطه را می‌توان چنین نشان داد:

$$h = \frac{u}{\gamma_w} + Z$$



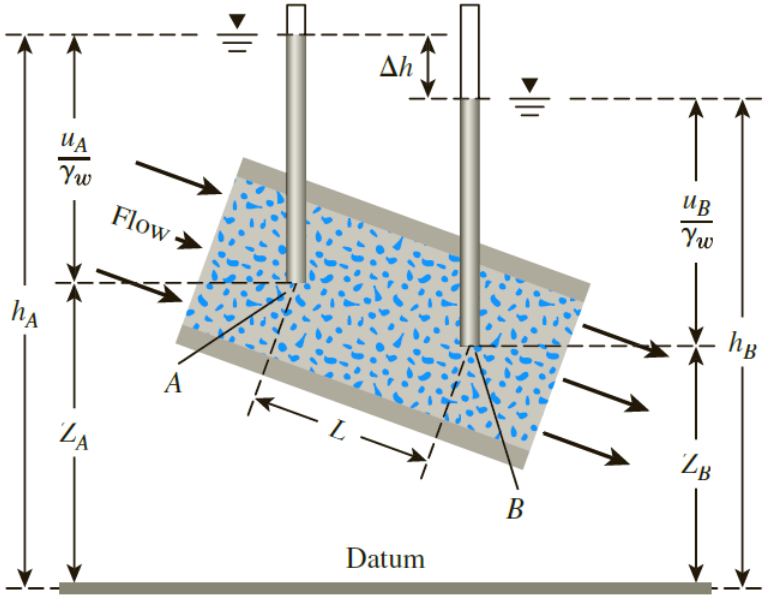
در نقاط A و B لوله‌های فشارسنجی به نام **پیزومتر** نصب می‌شود. ارتفاعی که آب در داخل لوله‌های پیزومتر نقاط A و B بالا می‌آید، به ترتیب ***تراز پیزومتری*** نقاط A و B نامیده می‌شوند. بار فشار در هر نقطه، همان ارتفاع ستون قائم آب درون پیزومتر نصب شده در آن نقطه است.

افت بار میان دو نقطهٔ A و B را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\Delta h = h_A - h_B = \left(\frac{u_A}{\gamma_w} + Z_A\right) - \left(\frac{u_B}{\gamma_w} + Z_B\right)$$

افت بار Δh را می‌توان به شکل بی بعد نیز بیان کرد:

$$i = \frac{\Delta h}{L}$$



i = شیب یا گرادیان هیدرولیکی

L = فاصلهٔ میان نقاط A و B ـ یعنی فاصلهٔ طولی از جریان که در آن فاصله افت بار صورت می‌گیرد.

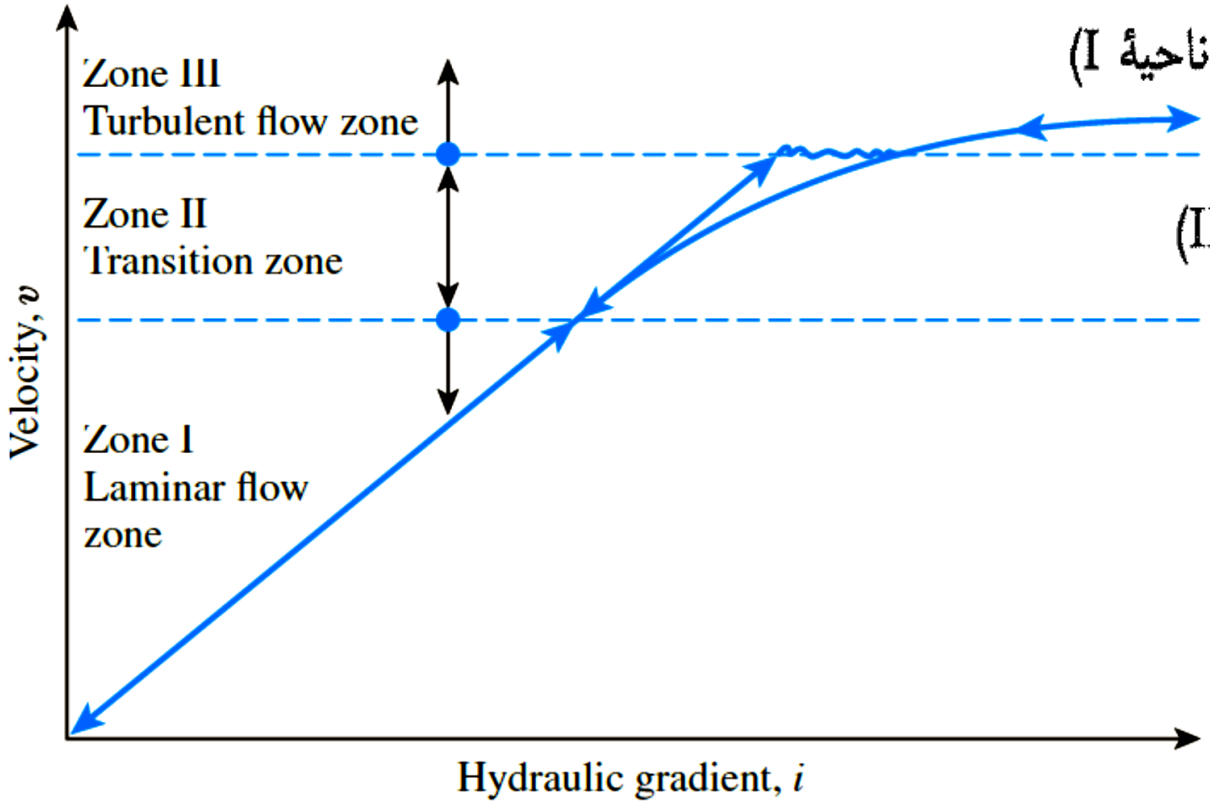
به طور کلی تغییرات سرعت v با شیب هیدرولیکی i به صورت نشان داده شده در شکل است.

این شکل به سه ناحیه تقسیم شده است:

۱- ناحیهٔ جریان لایه‌ای یا آرام (ناحیهٔ I)

۲- ناحیهٔ انتقالی (ناحیهٔ II)

۳- ناحیهٔ جریان آشفته (ناحیهٔ III)



در بیشتر خاک‌ها، جریان آب از طریق فضاهای منفذی را می‌توان لایه‌ای در نظر گرفت.

$$v \propto i$$

قانون Darcy

Darcy در سال ۱۸۵۶ معادلهٔ ساده‌ای را برای سرعت جریان آب در خاک‌های اشباع منتشر ساخت که آن را می‌توان چنین بیان کرد:

$$v = ki$$

v = **سرعت جریان** یعنی مقدار آبی که در واحد زمان از طریق واحد سطح مقطع ناخالص خاک عمود بر جهت جریان عبور می‌کند

k = ضریب هدایت آب یا ضریب نفوذپذیری.

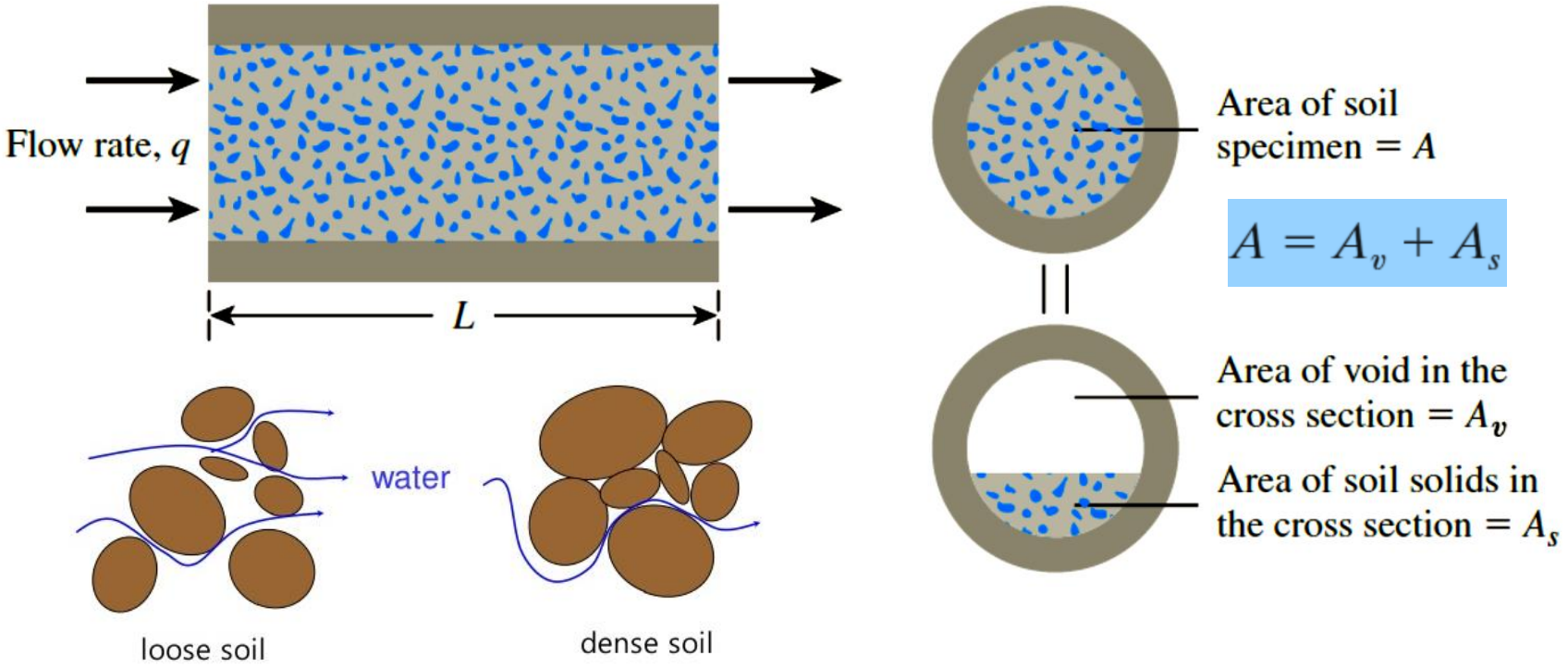
معادلهٔ برای شرایط جریان لایه‌ای معتبراند

در معادلهٔ v ، سرعت جریان آب بر اساس سطح مقطع کل خاک است. اما سرعت واقعی آب (یعنی سرعت تراوش) از میان فضاهای خالی بزرگتر از v است. رابطهٔ میان سرعت جریان و سرعت تراوش را می‌توان با مراجعه به شکل به دست آورد که خاکی را با طول L و سطح مقطع کل A نشان می‌دهد. چنانچه مقدار آب جاری درون خاک در واحد زمان q باشد، داریم:

v_s = سرعت تراوش

A_v = سطح مقطع منافذ موجود در مقطع نمونه.

$$q = vA = A_v v_s$$



نتیجه می‌شود:

$$q = v\,(A_v + A_s) = A_v v_s$$

یا

$$v_s = \frac{v\,(A_v + A_s)}{A_v} = \frac{v\,(A_v + A_s)\,L}{A_v L} = \frac{v\,(V_v + V_s)}{V_v}$$

V_v = حجم منافذ موجود در نمونه خاک

V_s = حجم مواد جامد موجود در نمونه خاک.

نتیجه می‌شود:

$$v_s = v\left[\frac{1 + \left(\frac{V_v}{V_s}\right)}{\frac{V_v}{V_s}}\right] = v\left(\frac{1+e}{e}\right) = \frac{v}{n}$$

e = نسبت تخلخل

n = پوکی.

ضریب نفوذپذیری

ضریب نفوذپذیری یا ضریب هدایت آب معمولاً در واحدهای SI بر حسب cm/s یا m/s بیان می‌شود.

ضریب نفوذپذیری خاک به چند عامل بستگی دارد: گرانروی سیال، اندازهٔ منافذ، دانه‌بندی، نسبت تخلخل، زبری ذرات کانی و درجهٔ اشباع خاک. در خاک‌های رسی، ساختار خاک نقش مهمی در ضریب نفوذپذیری بازی می‌کند. دیگر عوامل مهم تأثیرگذار بر نفوذپذیری رس‌ها عبارتند از تمرکز یونی و ضخامت لایه‌های آبی که توسط ذرات رس نگه داشته می‌شوند.

ارتباط ضریب نفوذپذیری خاک با خصوصیات سیال جاری درون آن نیز با معادلهٔ زیر بیان می‌شود:

$$k = \frac{\gamma_w}{\eta} \overline{K}$$

γ_w = وزن مخصوص آب

η = گرانروی آب

نفوذپذیری مطلق $\overline{K}$ **بر حسب واحدهای** L^2 **(یعنی** cm^2 **و غیره) بیان می‌شود.**

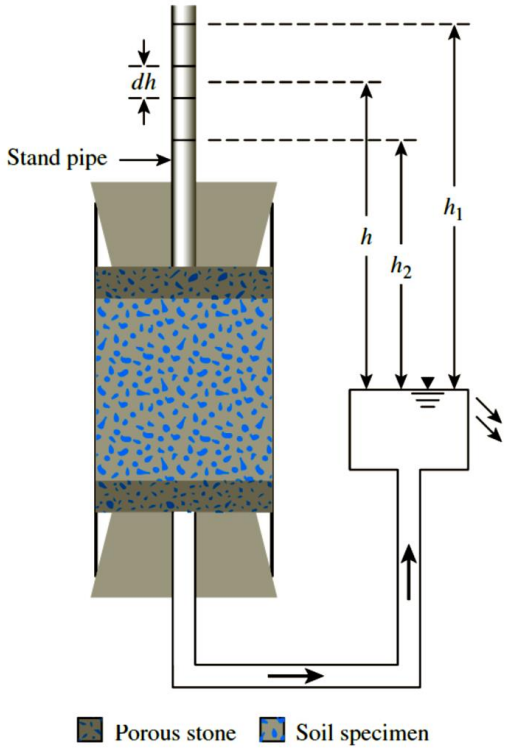
مقدار ضریب نفوذپذیری (k) در خاک‌های مختلف بسیار متفاوت است. در جدول برخی از مقادیر معمول مربوط به خاک‌های اشباع ارائه شده است. ضریب نفوذپذیری خاک‌های غیراشباع کمتر است و با افزایش درجهٔ اشباع به سرعت افزایش پیدا می‌کند.

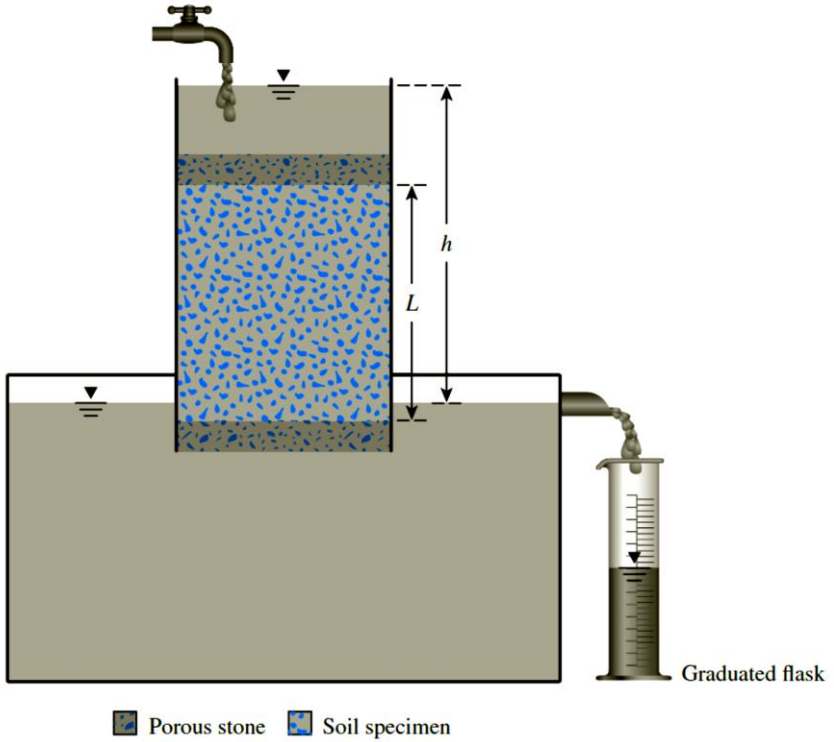
Typical Values of Hydraulic Conductivity of Saturated Soils

	k	
Soil type	**cm/sec**	**ft/min**
Clean gravel	100–1.0	200–2.0
Coarse sand	1.0–0.01	2.0–0.02
Fine sand	0.01–0.001	0.02–0.002
Silty clay	0.001–0.00001	0.002–0.00002
Clay	<0.000001	<0.000002

تعیین ضریب نفوذپذیری در آزمایشگاه

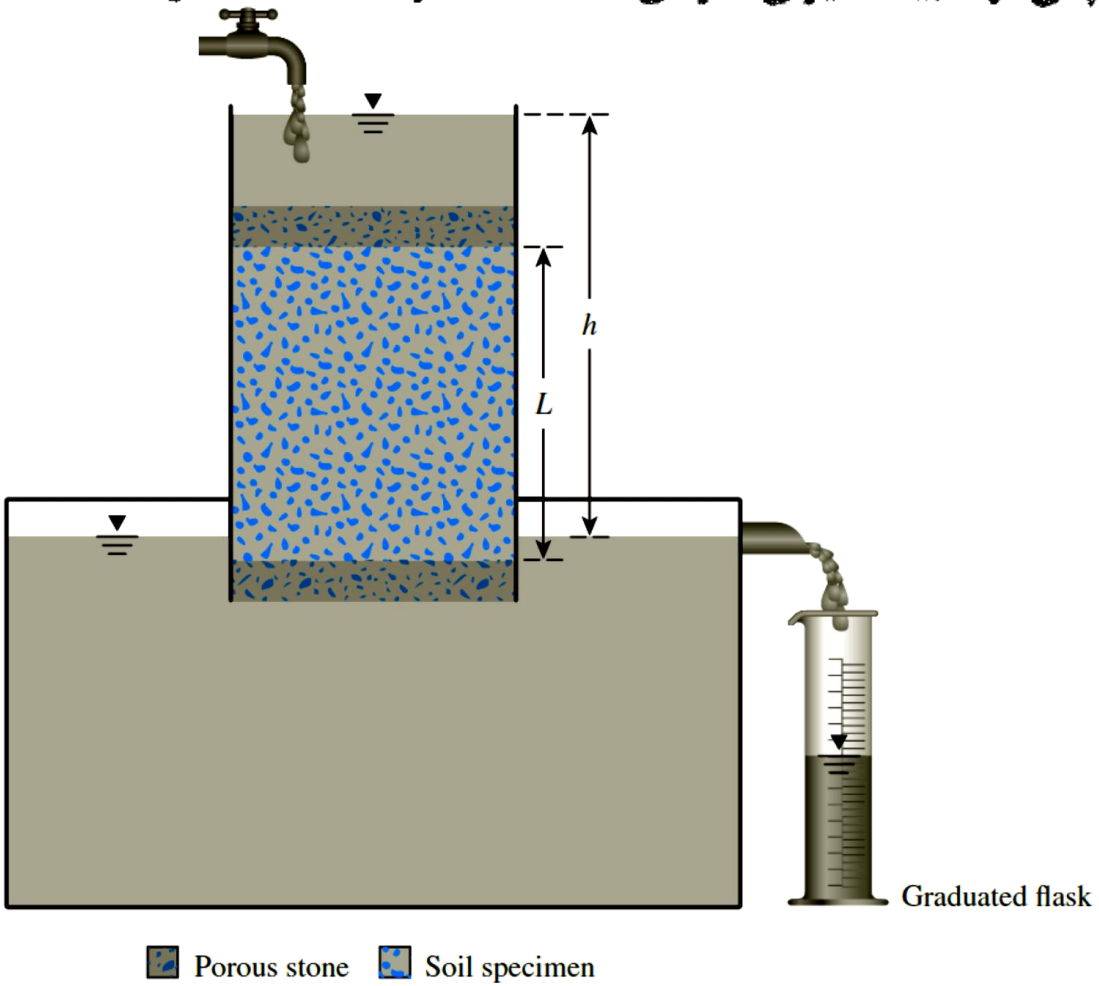
دو آزمون آزمایشگاهی مورد استفاده در تعیین ضریب نفوذپذیری خاک عبارتند از: آزمایش با بار ثابت و آزمایش با بار نزولی.





آزمایش با بار ثابت

در شکل چگونگی انجام آزمایش نفوذپذیری با بار ثابت نشان داده شده است. در این نوع آزمایش، میزان جریان یا دبی آب ورودی طوری تنظیم می‌شود که اختلاف بار میان ورودی و خروجی در ضمن آزمایش ثابت باقی بماند. پس از تثبیت میزان جریان ثابت، آب برای مدت زمان مشخصی در یک ظرف مدرج جمع‌آوری می‌شود.



حجم کل آب جمع شده را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$Q = Avt = A(ki)t$$

Q = حجم آب جمع شده

A = سطح مقطع نمونه خاک

t = مدت زمان جمع‌آوری آب.

$$i = \frac{h}{L}$$

با جایگزین کردن معادلهٔ

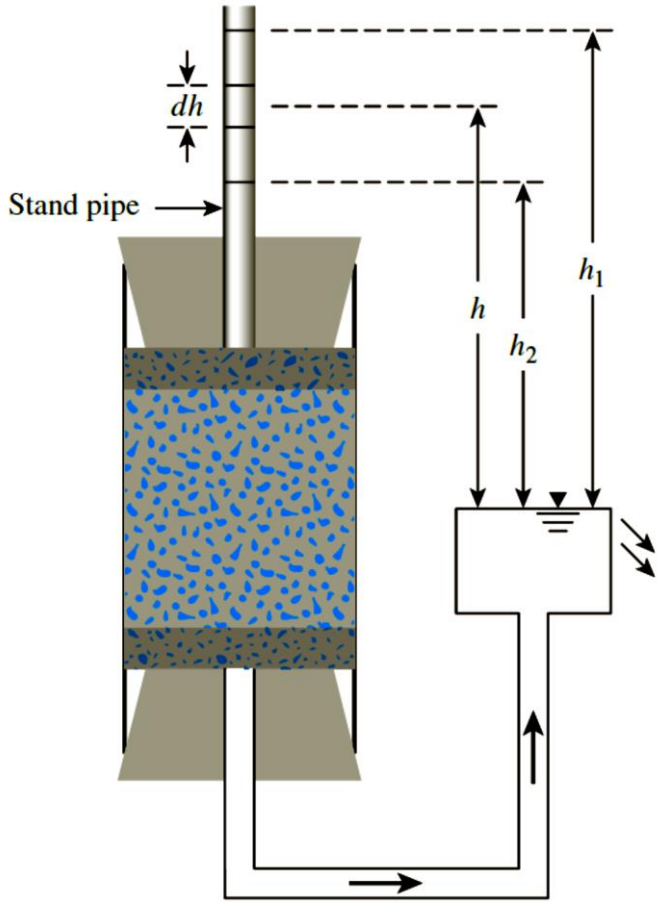
$$Q = A\left(k\frac{h}{L}\right)t$$

یا

$$k = \frac{QL}{Aht}$$

آزمایش با بار نزولی

در شکل چگونگی انجام آزمایش نفوذپذیری با بار نزولی نشان داده شده است. در این آزمایش آب از طریق یک لولهٔ قائم به درون خاک جریان پیدا می‌کند. پس از ثبت کردن اختلاف بار اولیهٔ h_1 در زمان $t = 0$ ، به آب امکان داده می‌شود تا در نمونه خاک جریان پیدا کند و سپس اختلاف بار نهایی h_2 در زمان $t = t_2$ نیز ثبت می‌شود.



میزان جریان آب عبوری از درون نمونه در هر زمان t را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$q = k\frac{h}{L}A = -a\frac{dh}{dt}$$

q = میزان جریان یا دبی

a = سطح مقطع لولهٔ قائم

A = سطح مقطع نمونه خاک.

$$dt = \frac{aL}{Ak}\left(-\frac{dh}{h}\right)$$

با انتگرال‌گیری

$$t = \frac{aL}{Ak}\log_e\frac{h_1}{h_2}$$

$$k = 2.303\frac{aL}{At}\log_{10}\frac{h_1}{h_2}$$

روابط تجربی ضریب نفوذپذیری برای خاک دانه ای

برای ضریب نفوذپذیری ماسهٔ نسبتاً یکنواخت (یعنی ماسهٔ با ضریب یکنواختی کم)

$$k\ (\text{cm/sec}) = cD_{10}^2$$

c = مقدار ثابت که از ۱ تا ۱/۵ متفاوت است

D_{10} = اندازهٔ مؤثر بر حسب mm .

$$k(\text{cm/s}) = 2.4622\left[D_{10}^2 \frac{e^3}{(1+e)}\right]^{0.7825}$$

معادلهٔ پیش گفته برای پیش‌بینی k شن و ماسهٔ طبیعی یکنواختی معتبر است که k آنها در محدودهٔ 10^{-1} تا 10^{-3} cm/s باشد. این معادله را می‌توان به ماسه‌های لای‌دار طبیعی فاقد خاصیت خمیری نیز گسترش داد. این معادله برای مصالح خرد شده یا خاک‌های لای‌دار با خاصیت خمیری معتبر نیست.

ضریب نفوذپذیری معادل در خاک‌های لایه‌ای

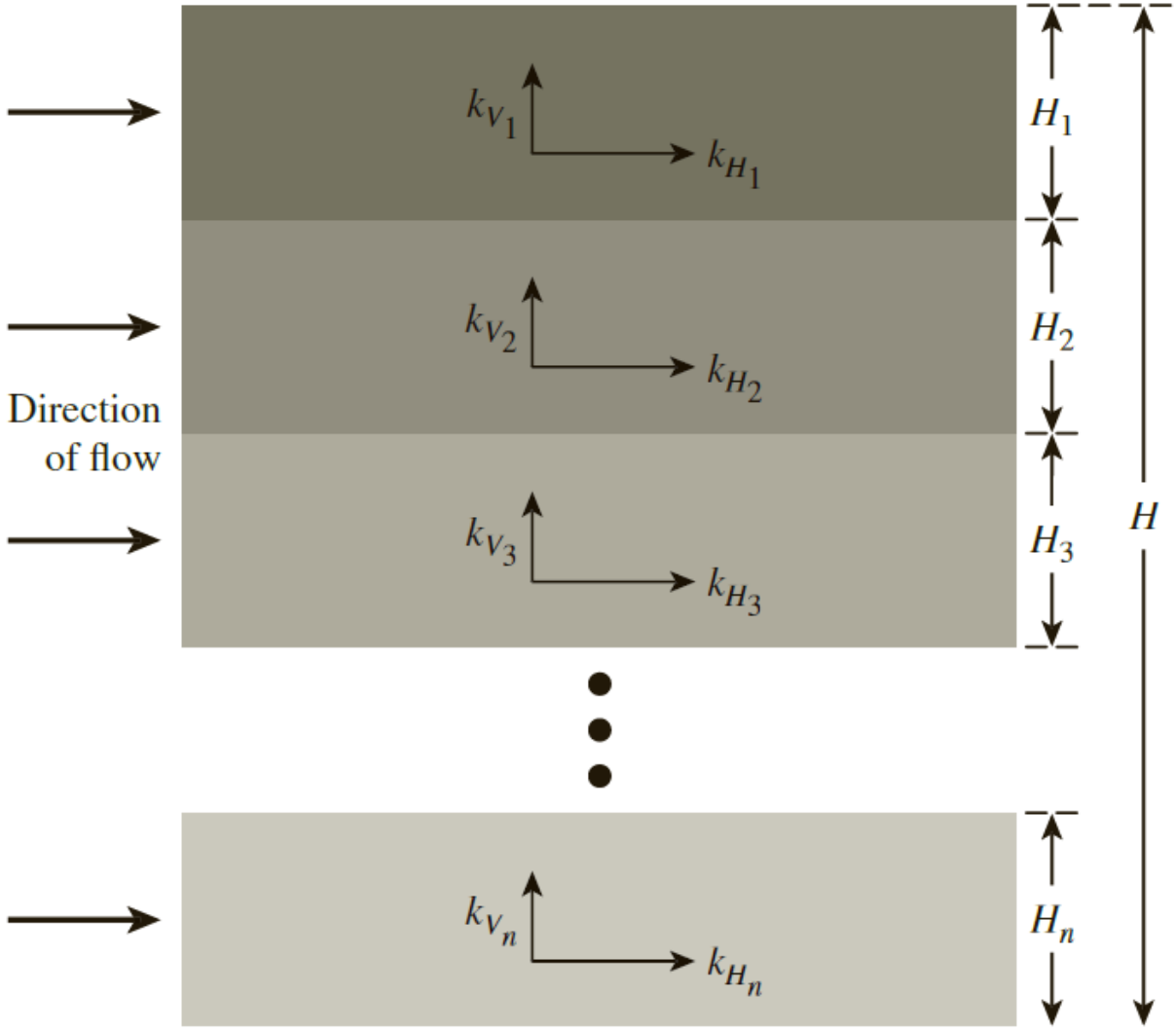
در شکل، n لایه خاک با جریانی در *امتداد افقی* نشان داده شده است. مقطعی از خاک با طول واحد را در نظر بگیرید که از میان هر n لایه عبور می‌کند و بر امتداد جریان عمود است. کل جریان عبوری از این مقطع در واحد زمان را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

$$q = v \cdot 1 \cdot H$$
$$= v_1 \cdot 1 \cdot H_1 + v_2 \cdot 1 \cdot H_2 + v_3 \cdot 1 \cdot H_3 + \cdots + v_n \cdot 1 \cdot H_n$$

v = سرعت متوسط جریان

$v_1, v_2, v_3, \cdots, v_n$ = سرعت جریان در لایه‌های مشخص شده با اندیس.

$$q = v \cdot 1 \cdot H$$
$$= v_1 \cdot 1 \cdot H_1 + v_2 \cdot 1 \cdot H_2 + v_3 \cdot 1 \cdot H_3 + \cdots + v_n \cdot 1 \cdot H_n$$



چنانچه $k_{H_1}, k_{H_2}, k_{H_3}, \cdots, k_{H_n}$ ضریب نفوذپذیری لایه‌های منفرد در امتداد افقی و $k_{H(eq)}$ ضریب نفوذپذیری معادل در امتداد افقی باشد، از قانون Darcy داریم:

$$v = k_{H(eq)} i_{eq}; \quad v_1 = k_{H_1} i_1; \quad v_2 = k_{H_2} i_2; \quad v_3 = k_{H_3} i_3; \quad \ldots \; v_n = k_{H_n} i_n$$

با توجه به آن که: $i_{eq} = i_1 = i_2 = i_3 = \cdots = i_n$، نتیجه می‌شود:

$$k_{H(eq)} = \frac{1}{H}\left(k_{H_1} H_1 + k_{H_2} H_2 + k_{H_3} H_3 + \cdots + k_{H_n} H_n\right)$$

در شکل n لایه خاک همراه با جریان امتداد قائم نشان داده شده است. در این حالت سرعت جریان از میان تمامی لایه‌ها یکسان است. اما افت بار کل h ، با مجموع افت بارها در تمامی لایه‌ها برابر است. بنابراین:

$$v = v_1 = v_2 = v_3 = \cdots = v_n$$

و

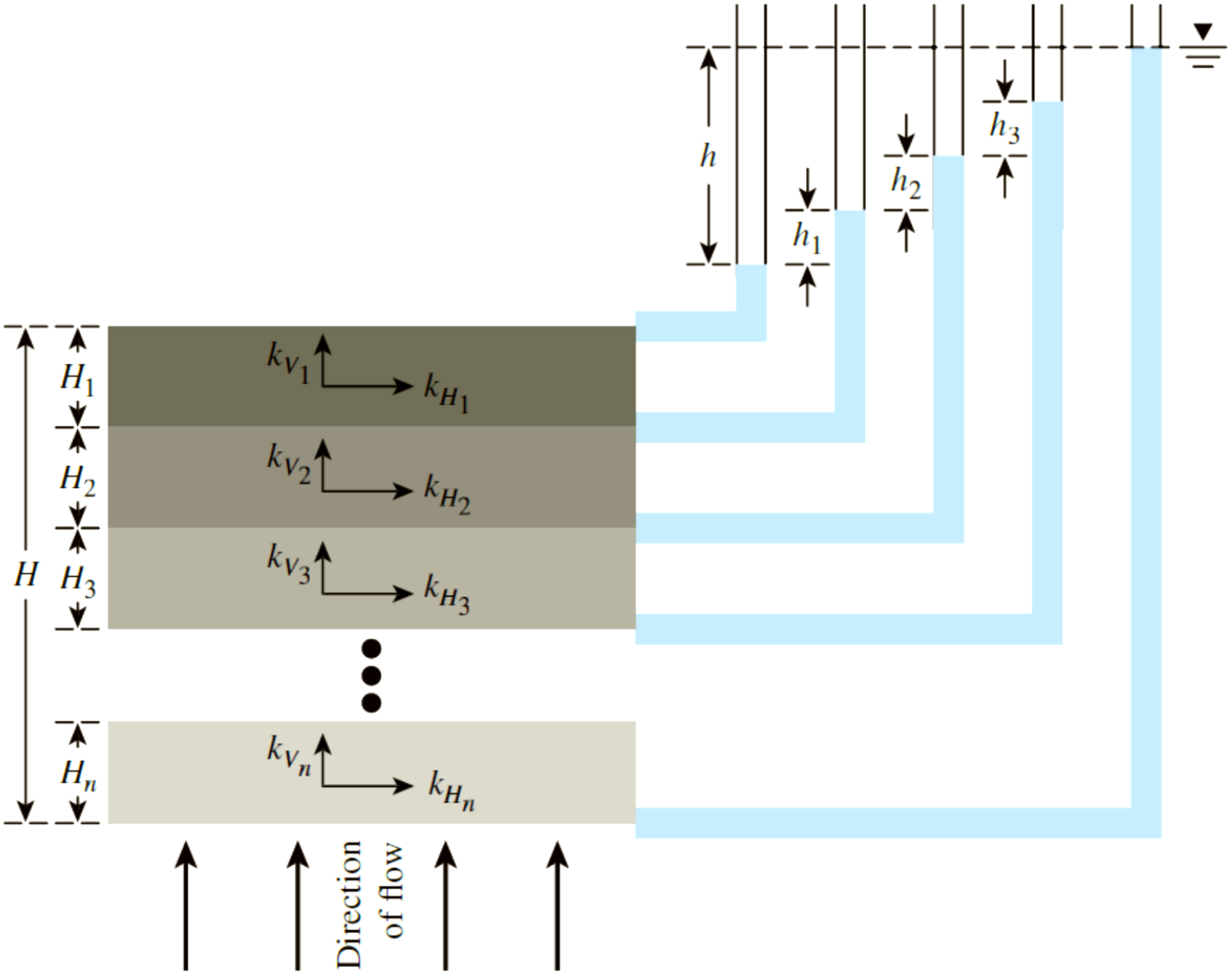
$$h = h_1 + h_2 + h_3 + \cdots + h_n$$

$$k_{V(\text{eq})}\left(\frac{h}{H}\right) = k_{V_1} i_1 = k_{V_2} i_2 = k_{V_3} i_3 = \cdots = k_{V_n} i_n$$

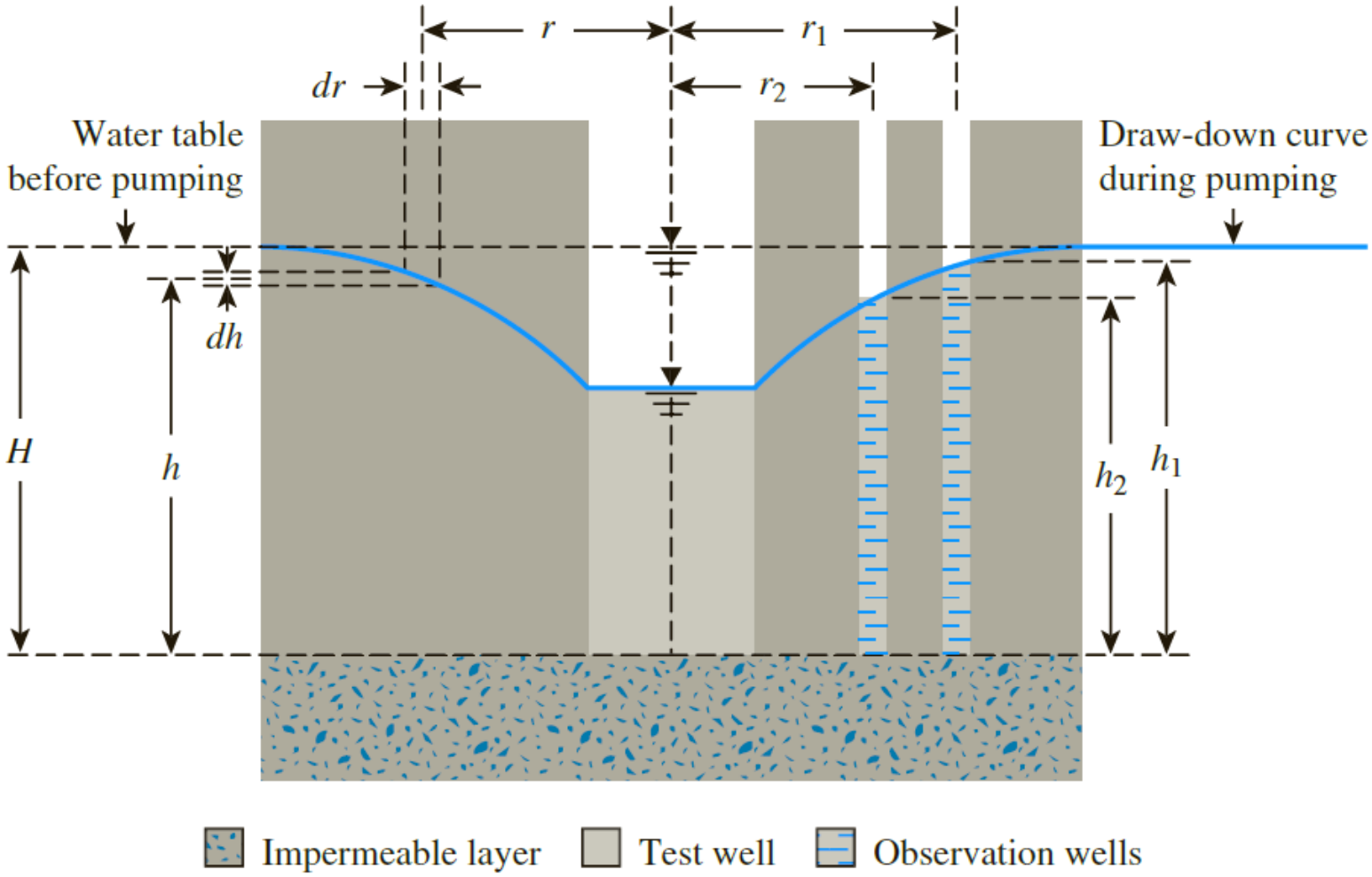
$$h = H_1 i_1 + H_2 i_2 + H_3 i_3 + \cdots + H_n i_n$$

نتیجه می‌شود:

$$k_{v(\text{eq})} = \frac{H}{\left(\frac{H_1}{k_{V_1}}\right) + \left(\frac{H_2}{k_{V_2}}\right) + \left(\frac{H_3}{k_{V_3}}\right) + \cdots + \left(\frac{H_n}{k_{V_n}}\right)}$$


h
h1
h2
h3
H
H1
H2
H3
Hn
kV1
kH1
kV2
kH2
kV3
kH3
kVn
kHn
Direction of flow

آزمایش نفوذپذیری صحرایی به کمک پمپاژ آب از چاه



رابطهٔ میزان جریان آب زیرزمینی وارد شده به درون چاه که با میزان جریان پمپاژ برابر است، به صورت زیر بیان می‌شود:

$$q = k\left(\frac{dh}{dr}\right)2\pi rh$$

$$\int_{r_2}^{r_1} \frac{dr}{r} = \left(\frac{2\pi k}{q}\right)\int_{h_2}^{h_1} h\,dh$$

$$k = \frac{2.303q\ \log_{10}\left(\frac{r_1}{r_2}\right)}{\pi(h_1^2 - h_2^2)}$$

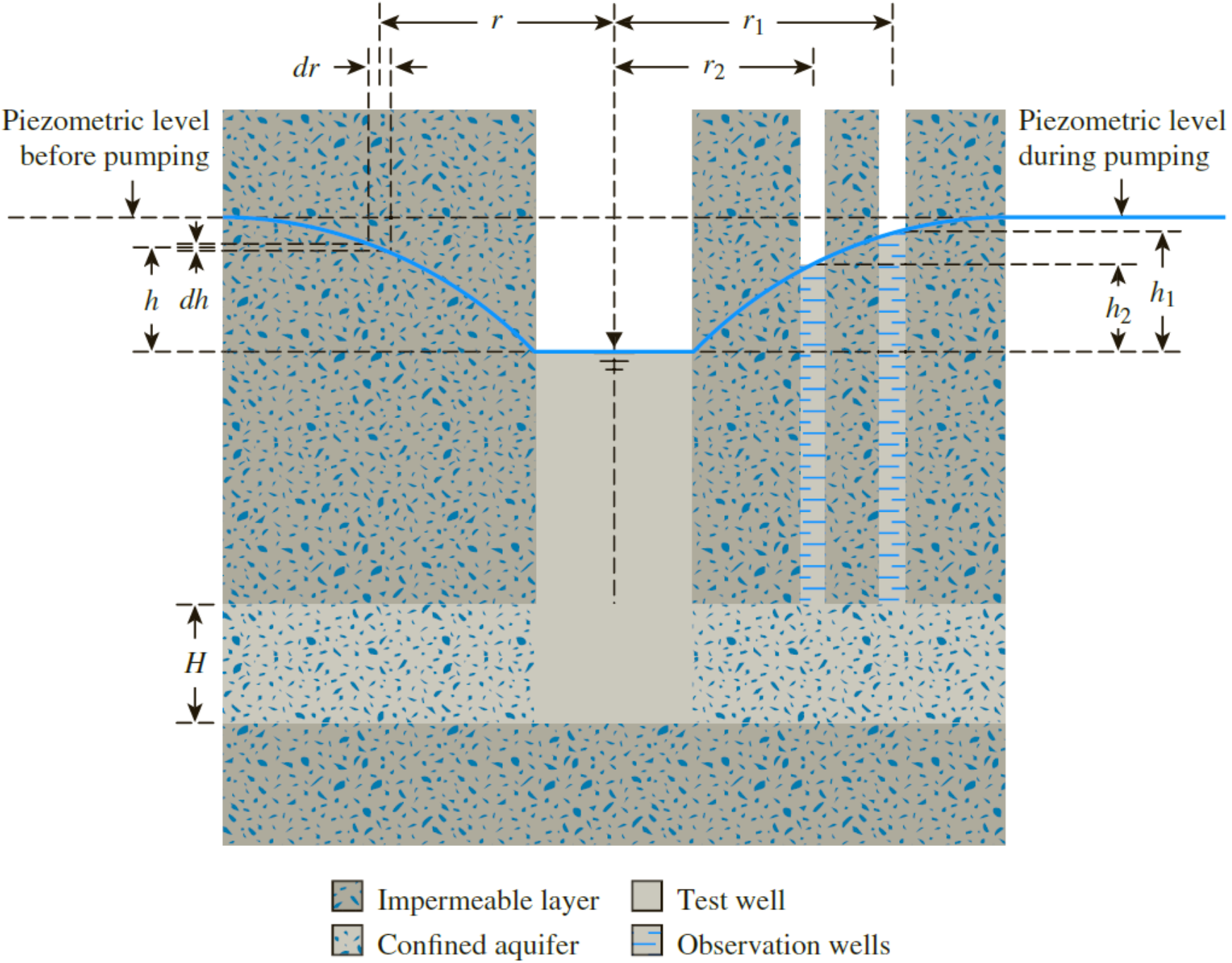
ضریب نفوذپذیری متوسط یک لایهٔ آبدار محدود شده

از آن جا که آب تنها می‌تواند از طریق لایهٔ آبدار به ضخامت H وارد چاه آزمایش شود، میزان جریان خروجی در حالت پایدار عبارت است از:

$$q = k\left(\frac{dh}{dr}\right)2\pi rH$$

$$\int_{r_2}^{r_1}\frac{dr}{r} = \int_{h_2}^{h_1}\frac{2\pi kH}{q}dh$$

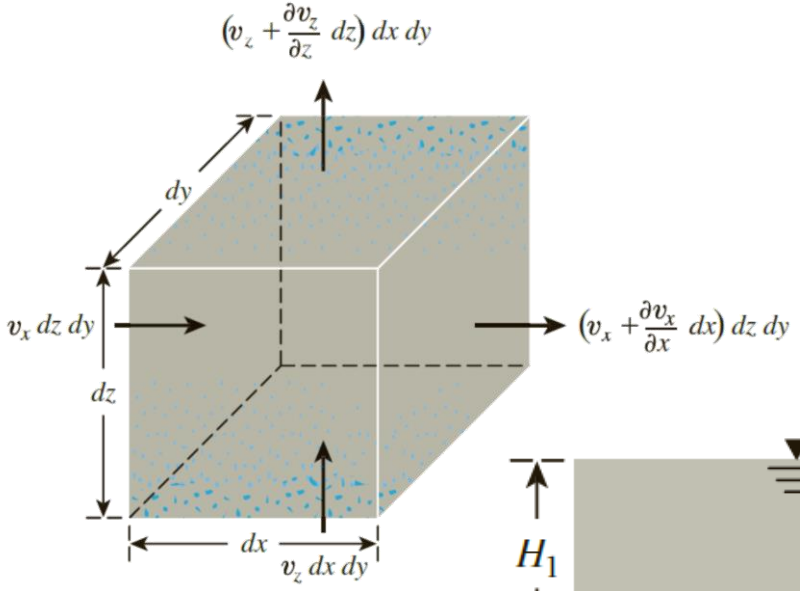
$$k = \frac{q\ \log_{10}\left(\frac{r_1}{r_2}\right)}{2.727H(h_1 - h_2)}$$

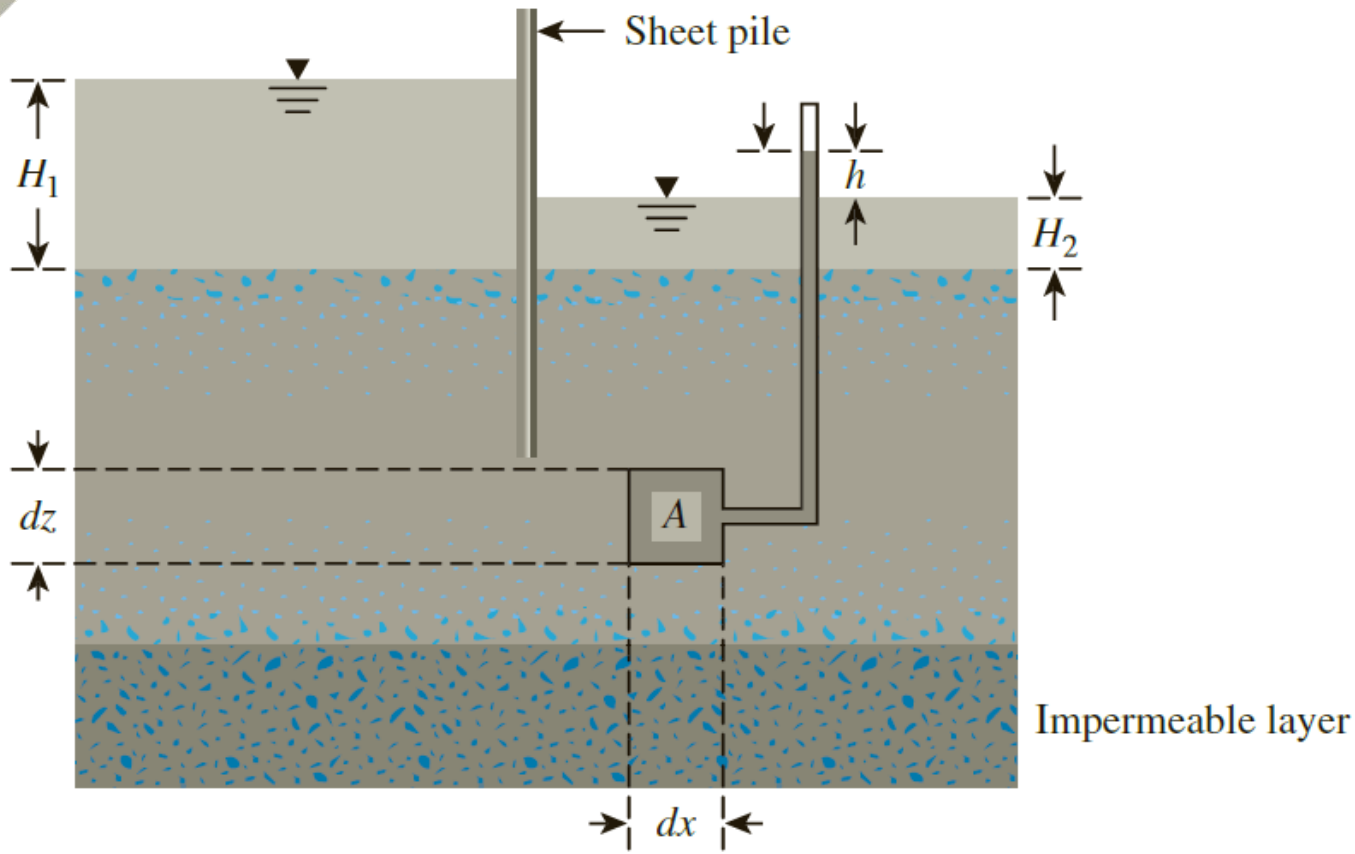

r
r1
dr
r2
Piezometric level
before pumping
Piezometric level
during pumping
h
dh
h2
h1
H
Impermeable layer
Confined aquifer
Test well
Observation wells

تراوش

در بسیاری موارد جریان آب درون خاک نه تنها در یک امتداد نیست، بلکه در کل سطح عمود بر جریان نیز حالت یکنواخت ندارد. در چنین مواردی جریان آب زیرزمینی معمولاً با استفاده از نمودارهایی به نام *شبکهٔ جریان* محاسبه می‌شود.

معادلهٔ پیوستگی Laplace





با فرض تراکم‌ناپذیر بودن آب و عدم تغییر حجم توده خاک، می‌دانیم که کل میزان جریان (دبی) ورودی باید با کل میزان جریان (دبی) خروجی برابر باشد. بنابراین:

$$\left[\left(v_x + \frac{\partial v_x}{\partial x}dx\right)dz\,dy + \left(v_z + \frac{\partial v_z}{\partial z}dz\right)dx\,dy\right] - [v_x\,dz\,dy + v_z\,dx\,dy] = 0$$

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$

با توجه به قانون دارسی، سرعت‌های جریان را می‌توان به صورت زیر بیان کرد:

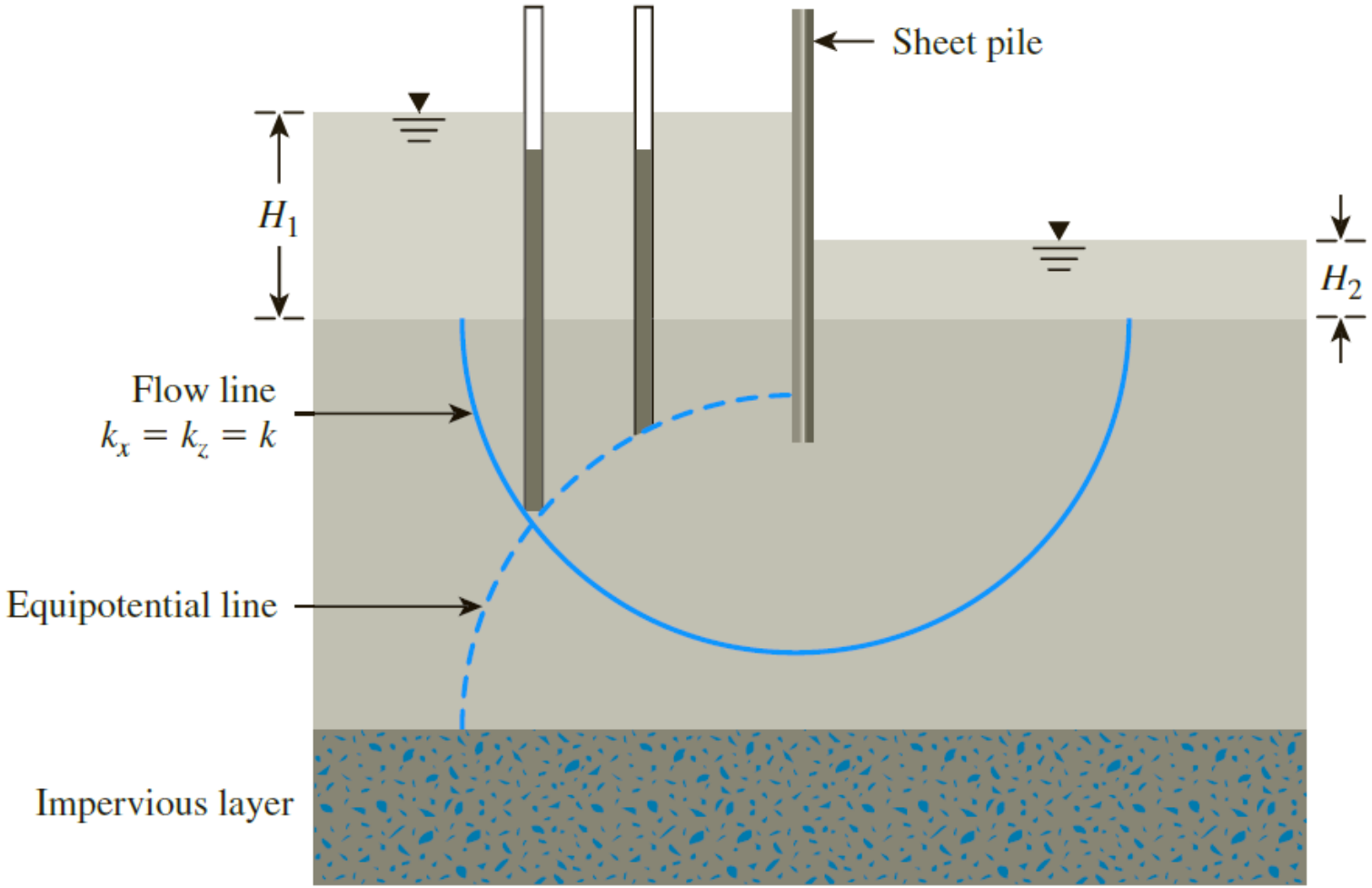
$$v_x = k_x i_x = k_x \frac{\partial h}{\partial x} \qquad \text{و} \qquad v_z = k_z i_z = k_z \frac{\partial h}{\partial z}$$

$$k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

چنانچه خاک از نظر ضریب نفوذپذیری همگشت (Isotropic) باشد (یعنی $k_x = k_z$)، معادلهٔ پیوستگی پیش گفته برای جریان دو بعدی به صورت زیر ساده می‌شود:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

شبكة جريان


Sheet pile
H_1
H_2
Flow line
$k_x = k_z = k$
Equipotential line
Impervious layer

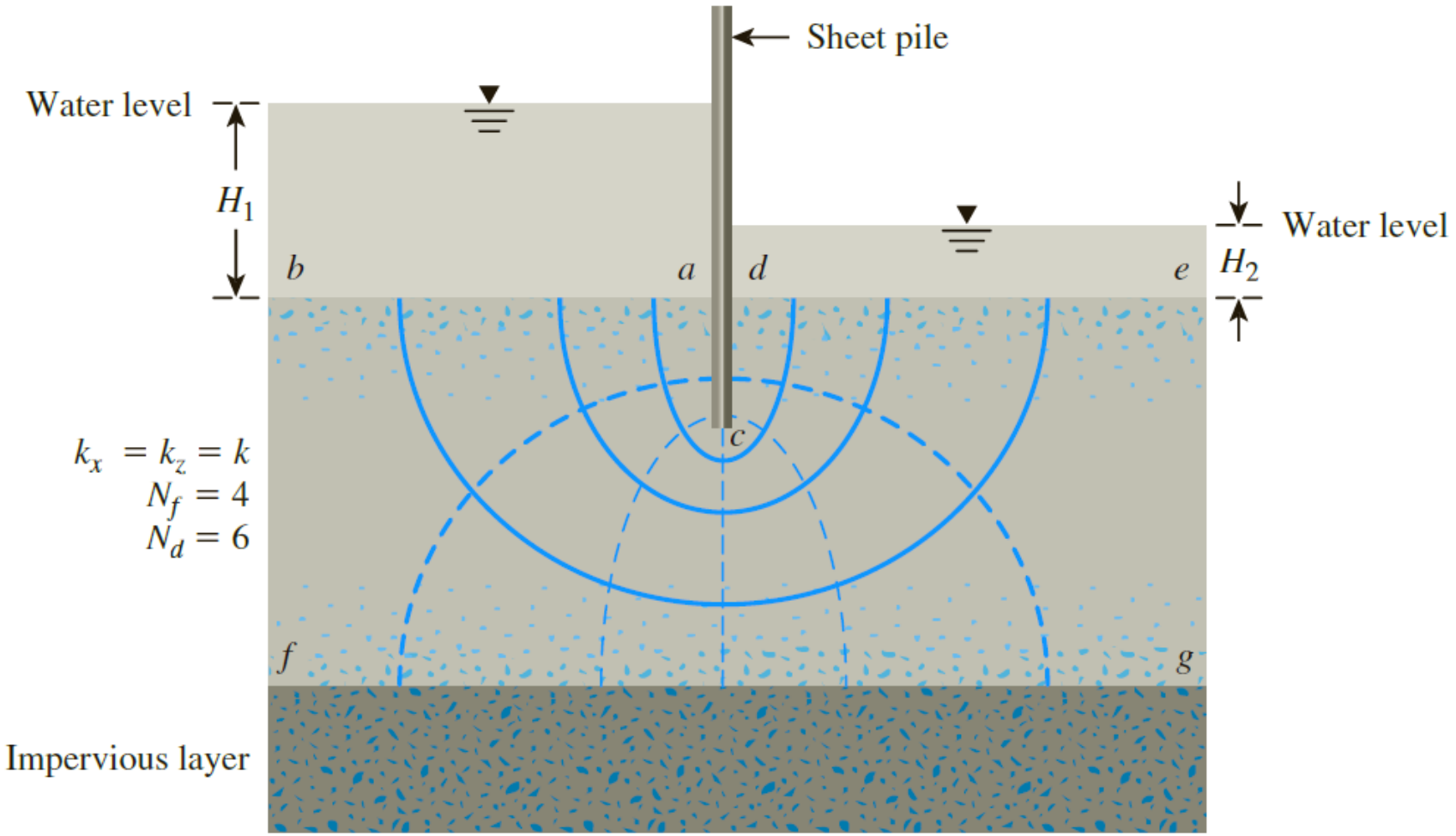
معادلهٔ پیوستگی در محیط همگشت (Isotropic) نشانگر دو مجموعه منحنی متعامد است، یعنی خطوط جریان و خطوط هم پتانسیل. **خط جریان** خطی است که ذرات آب در امتداد آن در داخل خاک نفوذپذیر از بالادست به پایین دست حرکت می‌کنند. **خط هم پتانسیل** خطی است که تمامی نقاط روی آن دارای بار پتانسیل یکسانی هستند. بنابراین چنانچه در نقاط مختلف روی یک خط هم پتانسیل پیزومترهایی قرار داده شوند، سطح آب در تمامی آنها تا ارتفاع یکسانی بالا می‌آید.

ترکیب چند خط جریان و چند خط هم پتانسیل را **شبکهٔ جریان** می‌نامند.

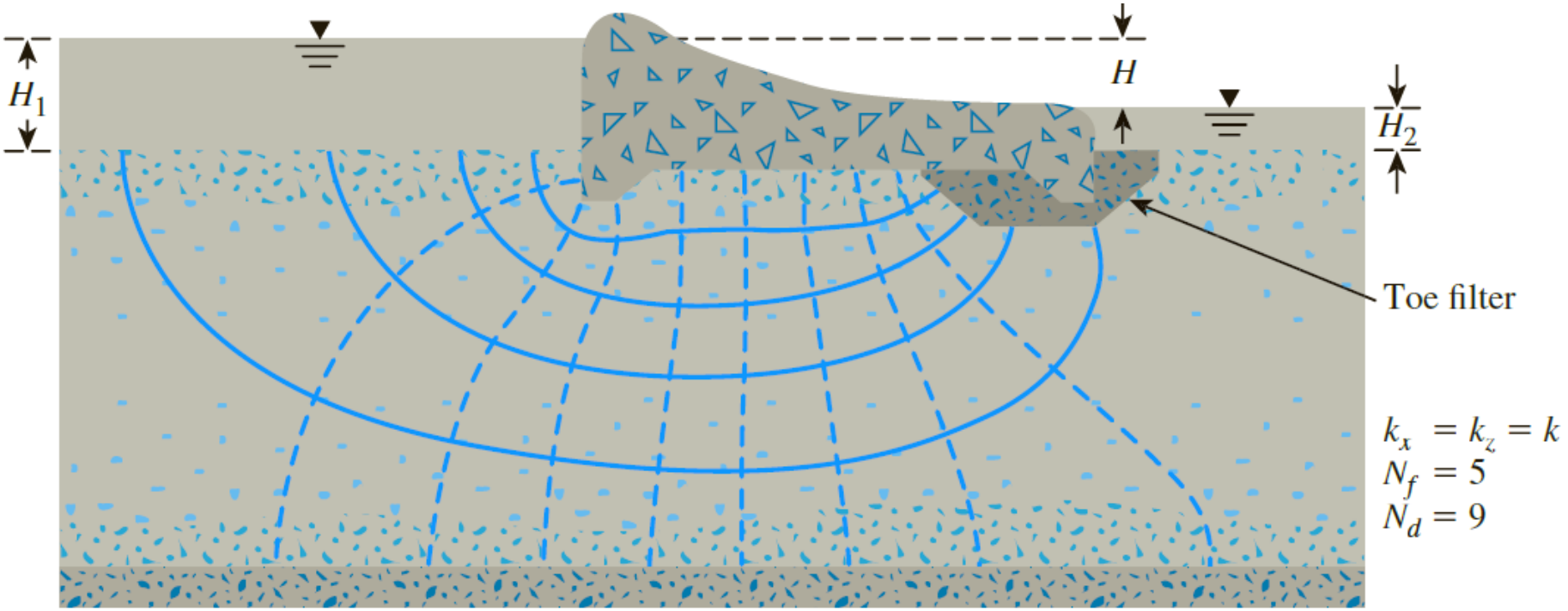
برای ترسیم شبکهٔ جریان باید خطوط جریان و هم پتانسیل را طوری ترسیم کرد که:

۱- خطوط هم پتانسیل با زاویهٔ قائمه خطوط جریان را قطع کنند.

۲- اجزای ایجاد شدهٔ شبکهٔ جریان تقریباً مربعی باشند.



شبكة جريان كامل


H_1
H
H_2
Toe filter
$k_x = k_z = k$
$N_f = 5$
$N_d = 9$

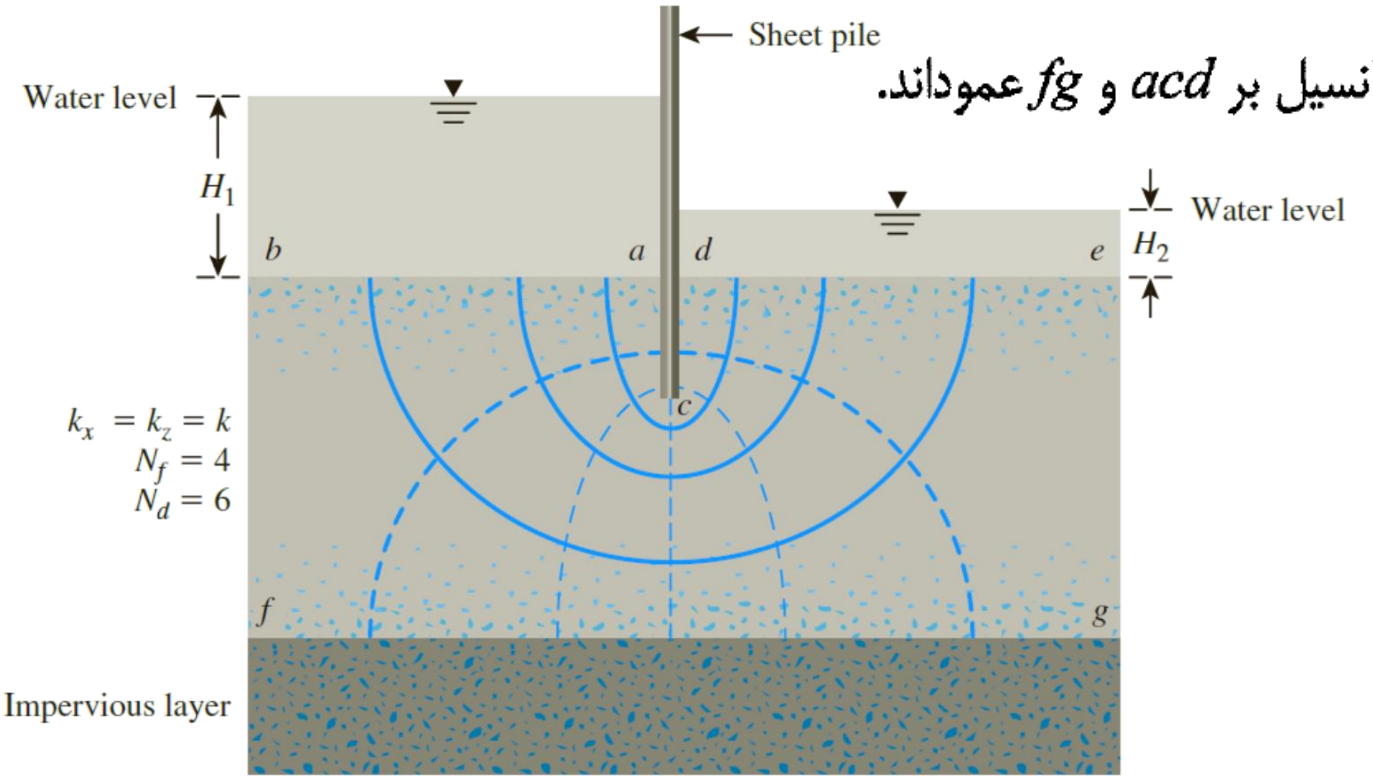
ترسیم شبکهٔ جریان نیازمند چند آزمون است. در زمان ترسیم شبکهٔ جریان، شرایط مرزی را در نظر داشته باشید. برای شبکهٔ جریان نشان داده شده در ، چهار شرایط مرزی زیر کاربرد دارد:

شرط ۱ : سطوح بالادست و پایین دست لایهٔ نفوذپذیر (خطوط *ab* و *de*) خطوط هم پتانسیل‌اند.

شرط ۲ : به دلیل هم پتانسیل بودن خطوط *ab* و *de* ، تمامی خطوط جریان آنها را با زاویهٔ قائمه قطع می‌کنند.

شرط ۳ : مرز لایهٔ نفوذناپذیر یعنی خط *fg* و همین طور سطح سپر فلزی نفوذناپذیر یعنی خط *acd* یک خط جریان است.

شرط ۴ : خطوط هم پتانسیل بر *acd* و *fg* عمودند.

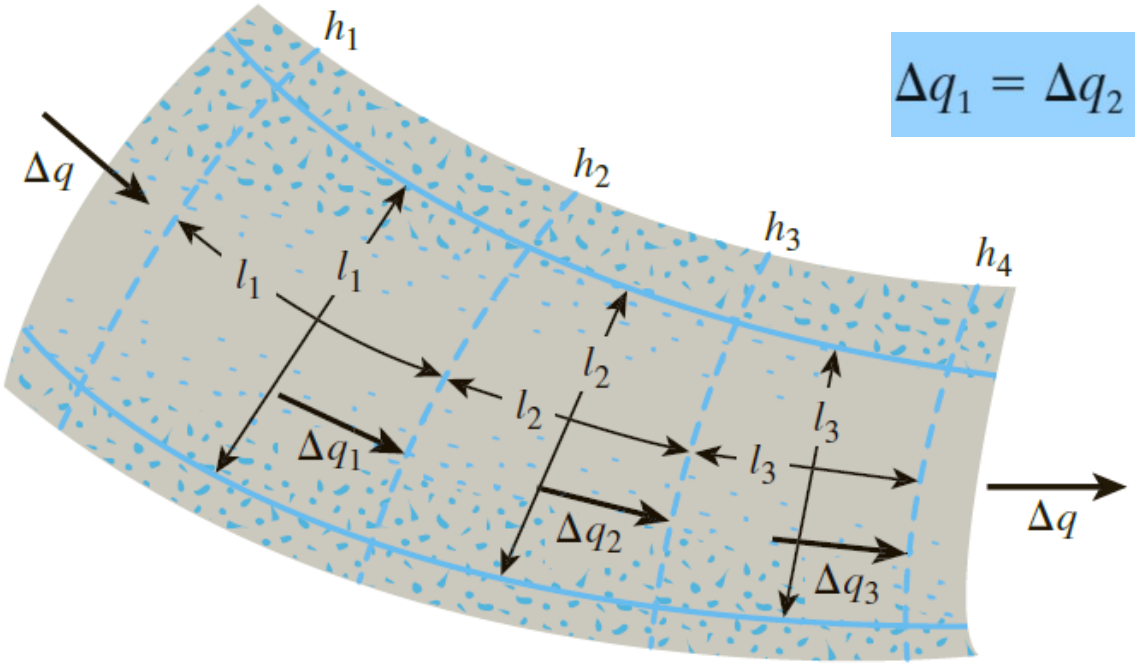


محاسبات تراوش

در هر شبکهٔ جریان، نوار میان دو خط جریان مجاور را ***کانال*** یا ***مجرای جریان*** می‌نامند. در شکل یک مجرای جریان با خطوط هم پتانسیل تشکیل دهندهٔ اجزای مربعی نشان داده شده است. فرض کنید که h_1، h_2، h_3، h_4، ... ، h_n ترازهای پیزومتری متناظر با خطوط هم پتانسیل باشند.

از آن جا که هیچ جریانی در جهت عرضی خطوط جریان وجود ندارد:

$$\Delta q_1 = \Delta q_2 = \Delta q_3 = \cdots = \Delta q$$



با توجه به قانون Darcy ، میزان جریان (دبی) برابر است با: kiA . بنابراین

$$\Delta q = k\left(\frac{h_1 - h_2}{l_1}\right)l_1 = k\left(\frac{h_2 - h_3}{l_2}\right)l_2 = k\left(\frac{h_3 - h_4}{l_3}\right)l_3 = \cdots$$

چنانچه اجزای جریان به صورت مربع‌های تقریبی ترسیم شوند، افت تراز پیزومتری میان دو خط هم پتانسیل مجاور یکسان است. این افت را ***افت پتانسیل*** می‌نامند. بنابراین:

$$h_1 - h_2 = h_2 - h_3 = h_3 - h_4 = \cdots = \frac{H}{N_d}$$

$$\Delta q = k\frac{H}{N_d}$$

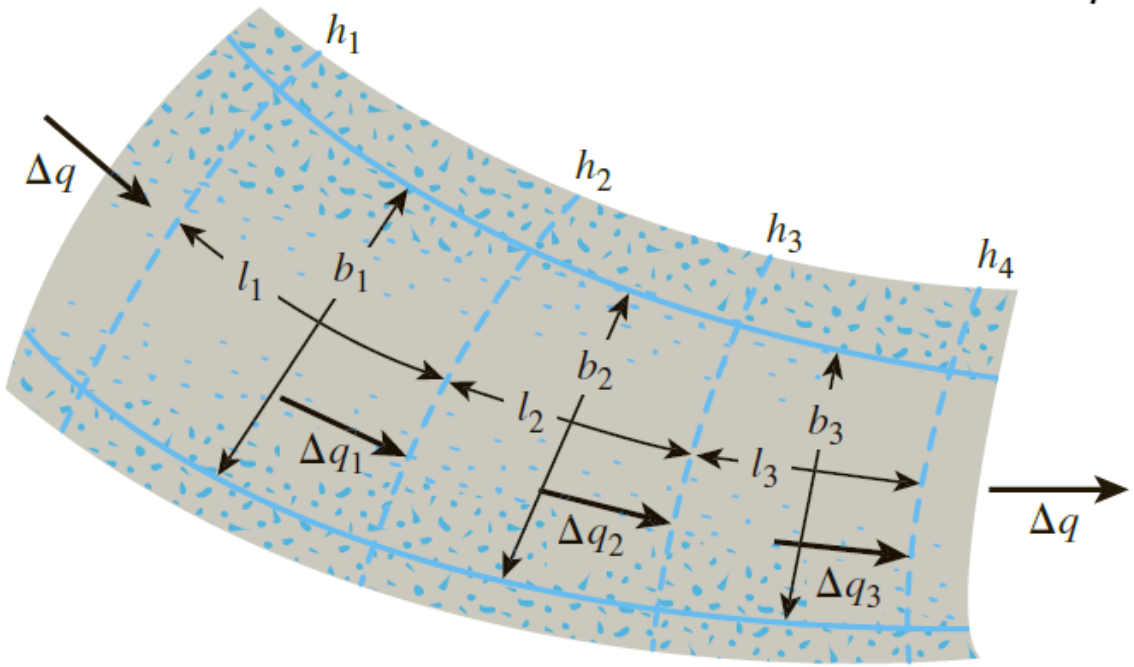
چنانچه تعداد مجاری جریان در شبکهٔ جریان برابر با N_f باشد

$$q = k\frac{HN_f}{N_d}$$

H = اختلاف بار میان سمت بالا دست و پایین دست

N_d = تعداد افت‌های پتانسیل.

چنانچه $b_1/l_1 = b_2/l_2 = b_3/l_3 = \cdots = n$ باشد (یعنی اجزای غیرمربعی)



$$\Delta q = k\left(\frac{h_1 - h_2}{l_1}\right)b_1 = k\left(\frac{h_2 - h_3}{l_2}\right)b_2 = k\left(\frac{h_3 - h_4}{l_3}\right)b_3 = \cdots$$

$$\Delta q = kH\left(\frac{n}{N_d}\right)$$

$$q = kH\left(\frac{N_f}{N_d}\right)n$$

شبکهٔ جریان در خاک ناهمگشت (Anisotropic)

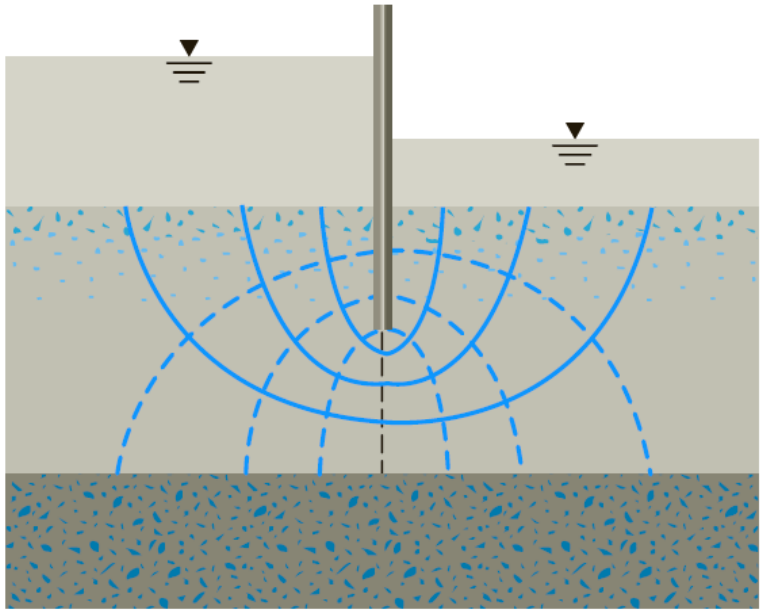
در خاک‌های ناهمگشت، $k_x \neq k_z$ است. در این حالت معادله نشانگر دو مجموعه منحنی است که یکدیگر را با زاویهٔ ۹۰° قطع نمی‌کنند.

$$k_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

$$\frac{\partial^2 h}{(k_z/k_x)\,\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

با جایگزین کردن $x' = \sqrt{k_z/k_x}\, x$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x'^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = 0$$

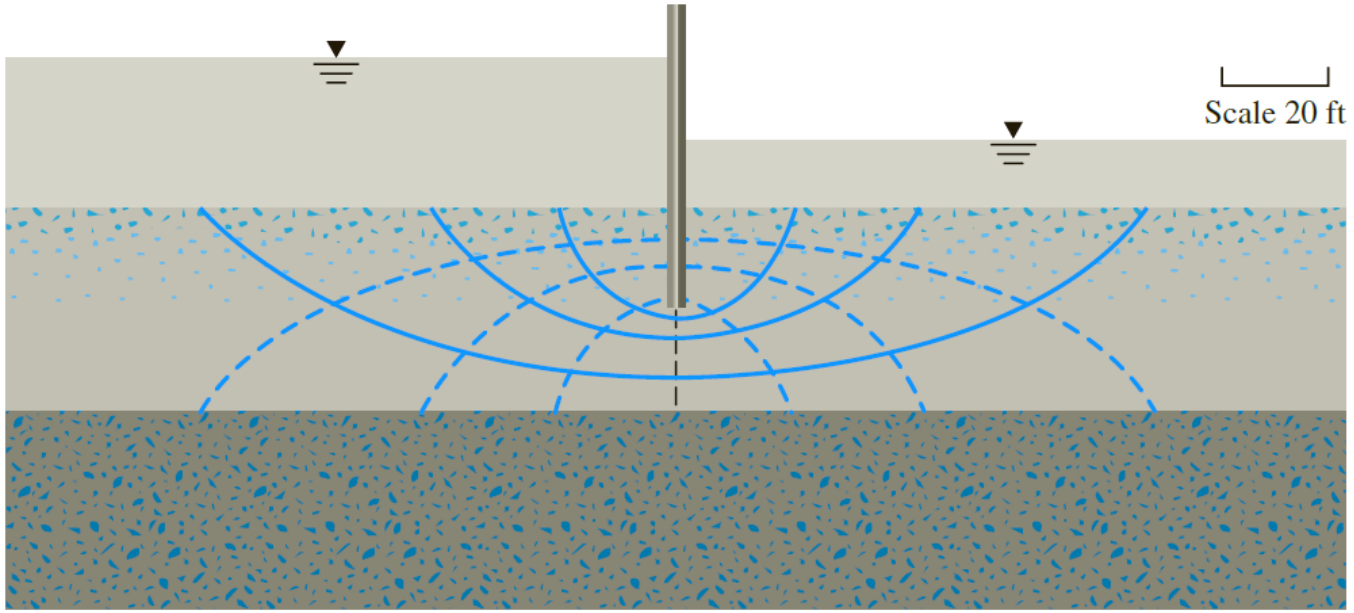


$\frac{k_z}{k_x} = \frac{1}{6}$

Vertical scale = 20 ft

Horizontal scale = $20(\sqrt{6})$ = 49 ft

(a)



(b)

میزان تراوش به ازای واحد عرض

$$q = \sqrt{k_x k_z}\,\frac{HN_f}{N_d}$$

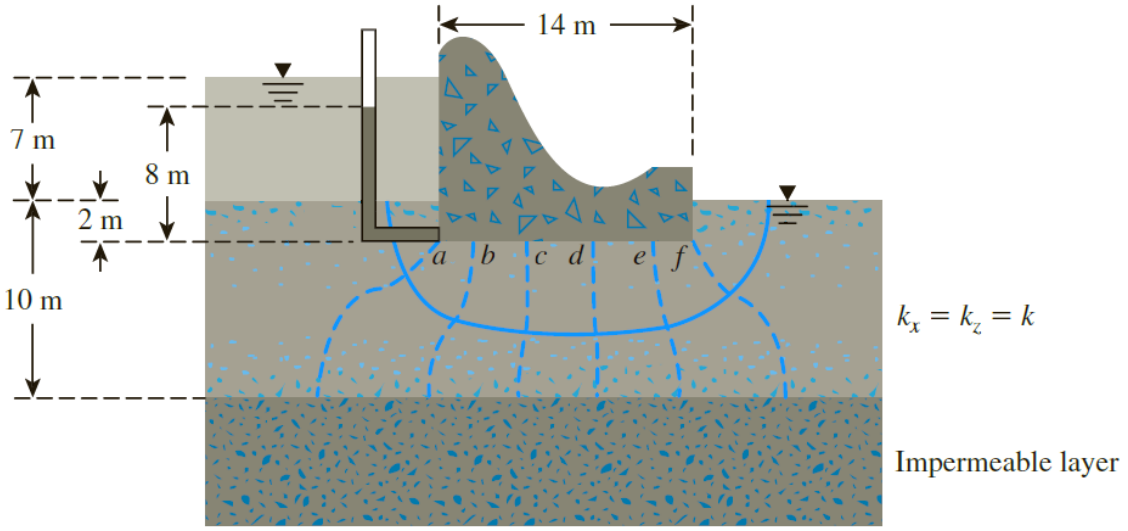
H = افت بار کل

N_f و N_d = به ترتیب تعداد مجاری جریان و افت‌های پتانسیل

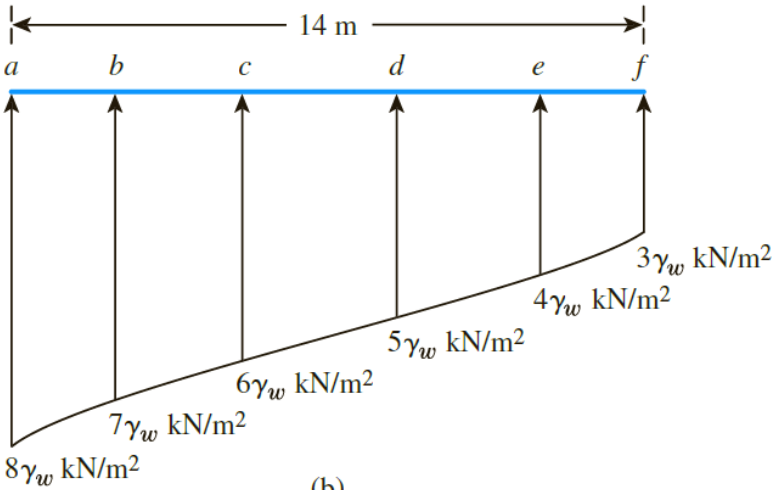
توجه داشته باشید که در زمان ترسیم شبکهٔ جریان در مقاطع تبدیل یافته (در خاک‌های ناهمگشت)، خطوط جریان و خطوط هم پتانسیل بر هم عمودند. اما در زمان بازکشی آنها در مقطع تبدیل یافته، این خطوط بر یکدیگر عمود نیستند.

زیرفشار در زیر سازه‌های آبی

از شبکهٔ جریان می‌توان برای تعیین زیرفشار در زیر سازه‌های آبی استفاده کـرد.



(a)



(b)

در این شبکهٔ جریان هفت افت پتانسیل (N_d) وجود دارد و اختلاف سطح آب بالا دست و پایین دست $H = ۷\ \text{m}$ است. افت بار هر افت پتانسیل $= \frac{H}{۷} = \frac{۷}{۷} = ۱$ است. مقدار زیرفشار در نقطهٔ a عبارت است از:

$$(\text{گوشهٔ چپ قاعدهٔ بند}\ a) = (\text{بار فشار در نقطهٔ}\ a) \times (\gamma_w)$$

$$= [(7 + 2) - 1]\gamma_w = 8\gamma_w$$

$$b = [9 - (2)(1)]\gamma_w = 7\gamma_w$$

$$f = [9 - (6)(1)]\gamma_w = 3\gamma_w$$