جریان در محیط متخلخل ناهمروند

جریان آب در محیط‌های متخلخل متشکل از لایه‌های رسوبی که در کف دریاها و اقیانوس‌ها ته‌نشست‌شده و ذرات خاک به‌طور طبیعی رسوب کرده‌اند، حائز اهمیت است. در چنین حالتی به‌علت شکل خاص ذرات ریز خاک بویژه سیلت و رس، این ذرات در جهت پهن و مسطح خود رسوب می‌کنند، ازاین‌رو لایه‌بندی آنها در جهت افقی است. بنابراین حرکت آب در لابه‌لای این ذرات در جهت افقی با سهولت بیشتری نسبت به جهت قائم صورت می‌گیرد و بدین ترتیب و بنا به تعریفی که قبلاً ارائه شد، نفوذپذیری این خاک‌ها در جهت افقی، بیش از قائم بوده و محیط متخلخل عموماً ناهمروند است. باید توجه داشت که محیط متخلخل ناهمروند می‌تواند هم به‌صورت همگن و هم به‌صورت غیرهمگن وجود داشته باشد.

لیکن چنانچه محیط متخلخل از لایه‌های مختلف تشکیل شده باشد (لایه‌های مطبق)، در این صورت محیط همگن نیست و غیرهمگن تلقی می‌شود، ولی در داخل یک لایهٔ معین می‌توان یک محیط همگن با شرایط ناهمروند داشت. شرایط ناهمروندی در یک محیط همگن ممکن است در اثر لایه به لایه کوبیده شدن خاک نیز به‌علت وجود سطح مشخص لایه‌بندی حاصل شود. این شرایط بویژه ممکن است در خاک‌کوبی مصالح ریزدانهٔ هستهٔ سدهای خاکی حاصل شود.

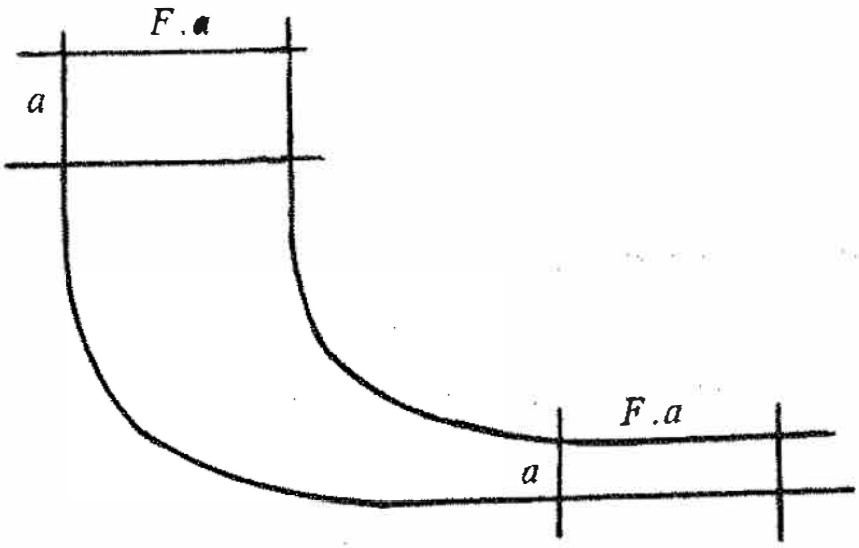
۶-۲- قوانین حاکم بر جریان در محیط متخلخل ناهمروند

متداول‌ترین وضعیت در مورد جریان آب در تأسیسات خاکی ناهمروند، وضعیتی است که در آن نفوذپذیری در جهت افقی و قائم یکسان نباشد و معمولاً نیز برای اکثر خاک‌ها بویژه ریزدانه، نفوذپذیری در جهت افقی بیشتر از قائم است. بنابر تعریف، نفوذپذیری در جهتی که بیشترین مقدار را دارد (معمولاً افقی)، نفوذپذیری حداکثر نامیده شده و با علامت k_{max} نشان داده می‌شود. به‌طور مشابه، نفوذپذیری در جهتی که کمترین مقدار را دارد (معمولاً قائم)، نفوذپذیری حداقل نامیده شده و با علامت k_{min} مشخص می‌گردد.

برای ترسیم شبکهٔ جریان در چنین محیطی، باید کلیهٔ ابعاد محیط متخلخل و تأسیسات مربوطه را در جهت نفوذپذیری حداکثر و متناسب با ضریبی موسوم به ضریب تبدیل [1] (F) تغییر داد شکل جدیدی رسم کرد. پس از رسم شکل محیط متخلخل با مقیاس جدید، شبکهٔ جریان مطابق معمول و بر اساس قوانین جریان در محیط همگن و همروند رسم شده و پس از اتمام کار کلیهٔ ابعاد و اضلاع و رئوس بلوک‌های شبکهٔ جریان مجدداً متناسب با عکس ضریب تبدیل ($\frac{1}{F}$) تغییر داده شده و شکل به مقیاس اولیه برگردانده می‌شود.

۶-۳- محاسبهٔ تبدیل F

برای محاسبهٔ ضریب تبدیل F، مسیر یک مجرای جریان در محیط متخلخل ناهمروند مطابق شکل ۶-۱ در نظر گرفته می‌شود. در این شکل فرض می‌گردد که نفوذپذیری حداکثر در جهت افقی و نفوذپذیری حداقل در جهت قائم باشد. همچنین فرض می‌شود که جریان پیوسته است. بنابر خاصیت پیوستگی جریان فواصل a در طول مجرای جریان ثابت بوده و فاصلهٔ $F.a$ که مقدار عرض بلوک‌های شبکه را بر حسب مضربی از طول آن نشان می‌دهد (که در حقیقت تابع نفوذپذیری است) نیز ثابت است. همان‌طورکه در شکل ۶-۱ مشاهده می‌شود، بلوک‌های شبکهٔ جریان مطابق اصولی که در فصل پنجم بحث شد، در جهت نفوذپذیری حداقل فشرده و در جهت نفوذپذیری حداکثر، کشیده شده‌اند.



شکل ۶-۱- محاسبهٔ ضریب تبدیل (F)

برای محاسبهٔ F ابتدا جریان‌در جهت قائم در نظر گرفته می‌شود. براساس قانون دارسی، رابطهٔ زیر را می‌توان برای مقدار جریان عبوری از داخل مجرای جریان مذکور نوشت :

$$\Delta q = k_{min} \times \frac{\Delta h}{a} \times F.a \times ۱ = k_{min}.\Delta h.F \qquad (۱-۶)$$

همین مقدار جریان در جهت افقی نیز از مجرای جریان فوق می‌کند، بنابراین بر اساس قانون دارسی در این جهت رابطهٔ زیر برقرار است :

$$\Delta q = k_{max} \times \frac{\Delta h}{F.a} \times a \times ۱ = k_{max}.\frac{\Delta h}{F} \qquad (۲-۶)$$

در معادلات فوق باید توجه داشت که بنابر تعریف شبکهٔ جریان، در امتداد مسیر یک مجرای جریان مقدار Δh بین خطوط هم‌پتانسیل متوالی‌ثابت باقی می‌ماند. با مساوی قرار دادن روابط ۶-۱ و ۶-۲ می‌توان نوشت:

$$k_{min}.F = \frac{k_{max}}{F} \qquad (۳-۶)$$

یا :

$$F^{۲} = \frac{k_{max}}{k_{min}}$$

پس :

$$F = \sqrt{\frac{k_{max}}{k_{min}}} \qquad (۴-۶)$$

رابطهٔ ۶-۴ فرمول کلی را برای تعیین ضریب (F) به‌صورت تابعی از نفوذپذیری‌های حداقل و حداکثر به‌دست می‌دهد.

چنانچه فرض شود که با استفاده از ضریب تبدیل (F) ابعاد محیط متخلخل در جهت نفوذپذیری حداکثر تبدیل و سپس شبکهٔ جریانی با بلوک‌های مربع به ضلع a رسم شده باشد، در این صورت محیط متخلخل جدید دارای یک نفوذپذیری مؤثر معادل $\bar{k}$ خواهد بود که مقدار آن به طریق متعارف تعیین می‌شود.

براساس قانون دارسی مقدار جریان عبوری از یک بلوک به ابعاد $a \times a$ در مقطع تبدیل‌شده برابر است با :

$$\Delta q = \bar{k} \times \frac{\Delta h}{a} \times a \times 1 \qquad (۵-۶)$$

این مقدار جریان باید با مقادیر محاسبه‌شده از روابط ۶-۱ و ۶-۲ نیز مساوی باشد. بنابراین می‌توان نوشت :

$$\bar{k} = k_{min} . F \qquad (۶-۶)$$

$$\bar{k} = \frac{k_{max}}{F} \qquad (۷-۶)$$

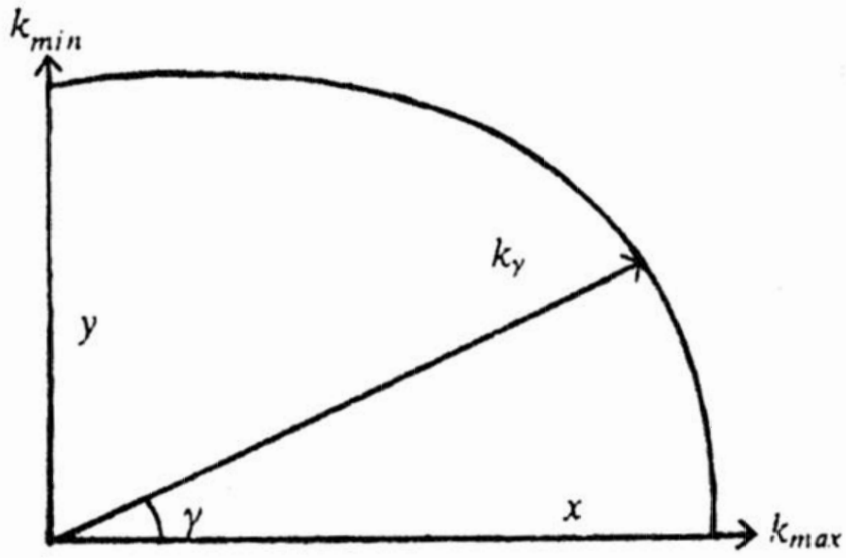
چنانچه ضریب F بین دو رابطهٔ اخیر حذف شود، رابطهٔ زیر نتیجه خواهد شد:

$$\bar{k} = \sqrt{k_{max} . k_{min}} \qquad (۸-۶)$$

بنابراین با در دست داشتن نفوذپذیری‌های حداقل و حداکثر یک لایهٔ خاک ناهمروند که دارای نفوذپذیری‌های متفاوت در دو جهت عمود بر هم است، می‌توان نفوذپذیری مؤثر آن را با استفاده از معادلهٔ ۶-۸ محاسبه کرد.

۶-۴- محاسبهٔ نفوذپذیری در جهت دلخواه

چنانچه یک محیط متخلخل همگن و ناهمروند که دارای نفوذپذیری‌های متفاوت در دو جهت عمود بر هم است در نظر گرفته شود، مقدار نفوذپذیری در هر جهت دلخواه دیگری مانند k_γ به‌شرح زیر محاسبه می‌شود (شکل ۶-۲).



شکل ۶-۲- محاسبهٔ نفوذپذیری در جهت دلخواه

با استفاده از قانون دارسی، مقدار سرعت جریان در مسیرهای حداکثر و حداقل نفوذپذیری برابر است با :

$$V_x = k_{max} \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \qquad (۹-۶)$$

$$V_y = k_{min} \cdot \frac{\partial h}{\partial y} \qquad (۱۰-۶)$$

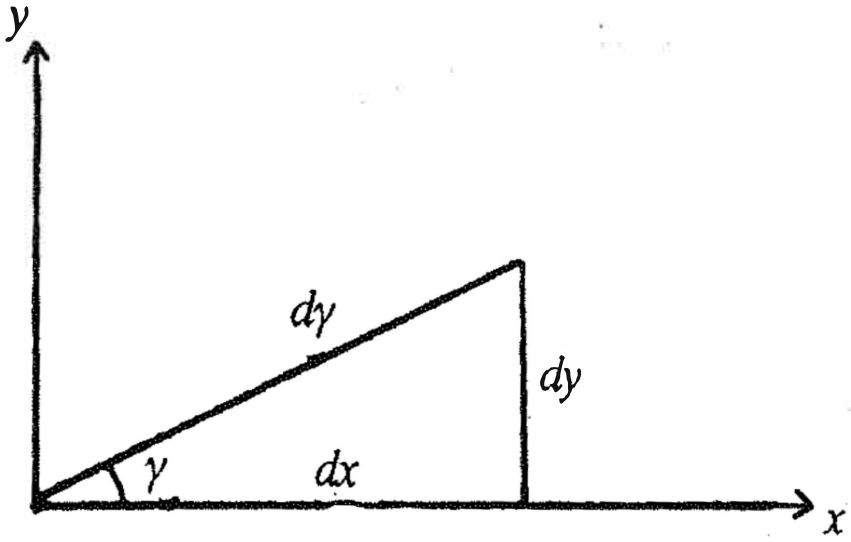
$$V_\gamma = k_\gamma \cdot \frac{\partial h}{\partial \gamma} \qquad (۱۱-۶)$$

در روابط فوق h مقدار افت پتانسیل است که خود تابعی از x و y می‌باشد.

$$h = f(x, y)$$

بنابراین تغییرات h برحسب تابع زاویه‌ای γ برابر است با :

$$\frac{\partial h}{\partial \gamma} = \frac{\partial h}{\partial x}\frac{dx}{d\gamma} + \frac{\partial h}{\partial y}\frac{dy}{d\gamma} \qquad (۱۲-۶)$$



شکل ۶-۳- محاسبهٔ نفوذپذیری در جهت γ

اما از روی شکل ۶-۳ دیده می‌شود که :

$$\frac{dx}{d\gamma} = \cos\gamma \text{ و } \frac{dy}{d\gamma} = \sin\gamma$$

بنابراین رابطهٔ ۶-۱۲ به‌صورت زیر درمی‌آید :

$$\frac{\partial h}{\partial \gamma} = \frac{\partial h}{\partial x}.\cos\gamma + \frac{\partial h}{\partial y}.\sin\gamma \qquad (۱۳-۶)$$

با استفاده از قانونی دارسی می‌توان نوشت :

$$\frac{V\gamma}{k\gamma} = \frac{Vx}{k_{max}}.\cos\gamma + \frac{V_y}{k_{min}}.\sin\gamma \qquad (۱۴-۶)$$

بردار سرعت v_γ را نیز می‌توان به دو مؤلفه در جهت x و y تجزیه کرد.

$$V_x = V_\gamma . \cos\gamma \qquad (۱۵-۶)$$

$$V_y = V_\gamma . \sin\gamma \qquad (۱۶-۶)$$

با استفاده از روابط اخیر معادلهٔ ۶-۱۴ به‌صورت کلی زیر درخواهد آمد :

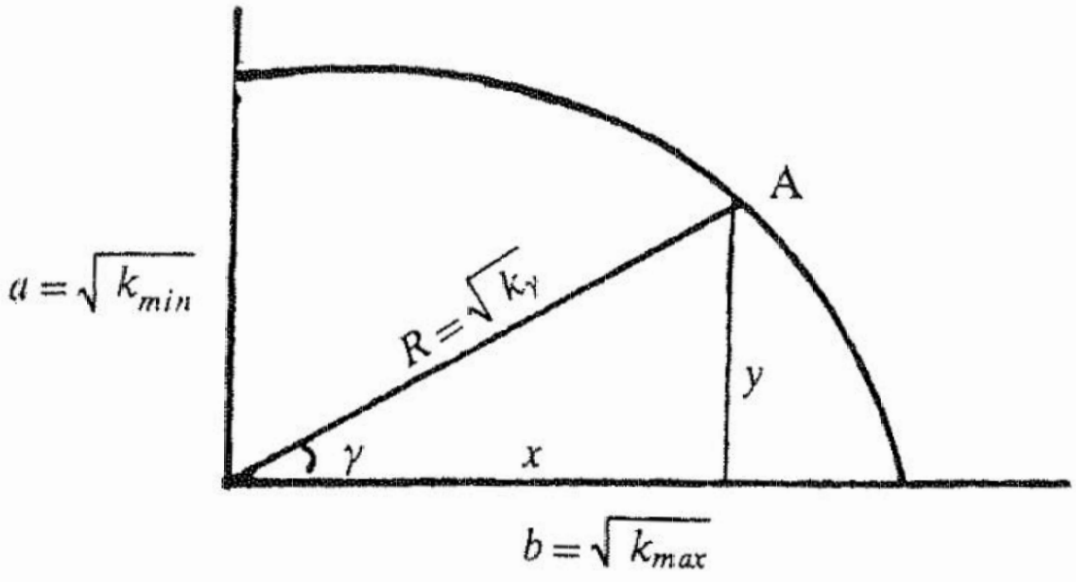
$$\frac{V_\gamma}{k_\gamma} = \frac{V_\gamma . \cos^2\gamma}{k_{max}} + \frac{V_\gamma . \sin^2\gamma}{k_{min}}$$

یا :

$$\frac{1}{k_\gamma} = \frac{\cos^2\gamma}{k_{max}} + \frac{\sin^2\gamma}{k_{min}} \qquad (۱۷-۶)$$

بنابراین با در دست داشتن مقادیر k_{max} و k_{min} برای هر مقدار مفروض γ می‌توان با استفاده از معادلهٔ ۶-۱۷ مقدار نفوذپذیری در آن جهت را به‌آسانی محاسبه کرد. واضح است که تغییرات k_γ نسبت به γ خطی نیست و به‌صورت منحنی خواهد بود.

چنانچه در یک دستگاه محورهای مختصات قائم، روی محور طول‌ها ریشهٔ دوم نفوذپذیری حداکثر، یعنی $\sqrt{k_{max}}$ و روی محور عرض‌ها ریشهٔ دوم نفوذپذیری حداقل، یعنی $\sqrt{k_{min}}$ برده شده و تغییرات ریشهٔ دوم نفوذپذیری در جهت دلخواه γ، یعنی $\sqrt{k_\gamma}$ رسم شود، منحنی تغییرات حاصله، یک بیضی خواهد بود (شکل ۶-۴).



شکل ۶-۴- تغییرات بیضوی $\sqrt{k_\gamma}$

۶-۵- محاسبهٔ فاصلهٔ حقیقی که جریان در جهت معین (γ) طی می‌کند

چنانچه جهت معین γ در نظر گرفته شود، فاصلهٔ طی‌شده توسط جریان در این جهت و در مدت زمان t برابر است با :

$$d_\gamma = v_\gamma . t \qquad (۲۰-۶)$$

یا :

$$d_\gamma = k_\gamma . i_\gamma . t \qquad (۲۱-۶)$$

این فاصله، یک فاصلهٔ مستقیم‌الخط است، حال آنکه ذرات آب در یک محیط متخلخل در لابه‌لای ذرات خاک و در مسیر مارپیچ حرکت می‌کنند، بنابراین فاصلهٔ حقیقی طی‌شده برابر است با :

$$d_\gamma = k_\gamma . i_\gamma . t . \frac{۱}{n} = k_\gamma . i_\gamma . t . \frac{e+۱}{e} \qquad (۲۲-۶)$$

از طرف دیگر، مقدار شیب آبی برابر است با :

$$i_\gamma = \frac{h}{d_\gamma} \qquad (۲۳-۶)$$

که در آن h مقدار افت پتانسیل هیدرولیکی در فاصلهٔ d_γ است. بنابراین معادلهٔ ۶-۲۲ به‌صورت زیر درخواهد آمد :

$$d_\gamma = k_\gamma . \frac{h}{d_\gamma} . \frac{t}{n} \qquad (۲۴-۶)$$

یا :

$$d_\gamma^۲ = k_\gamma . \frac{h . t}{n}$$

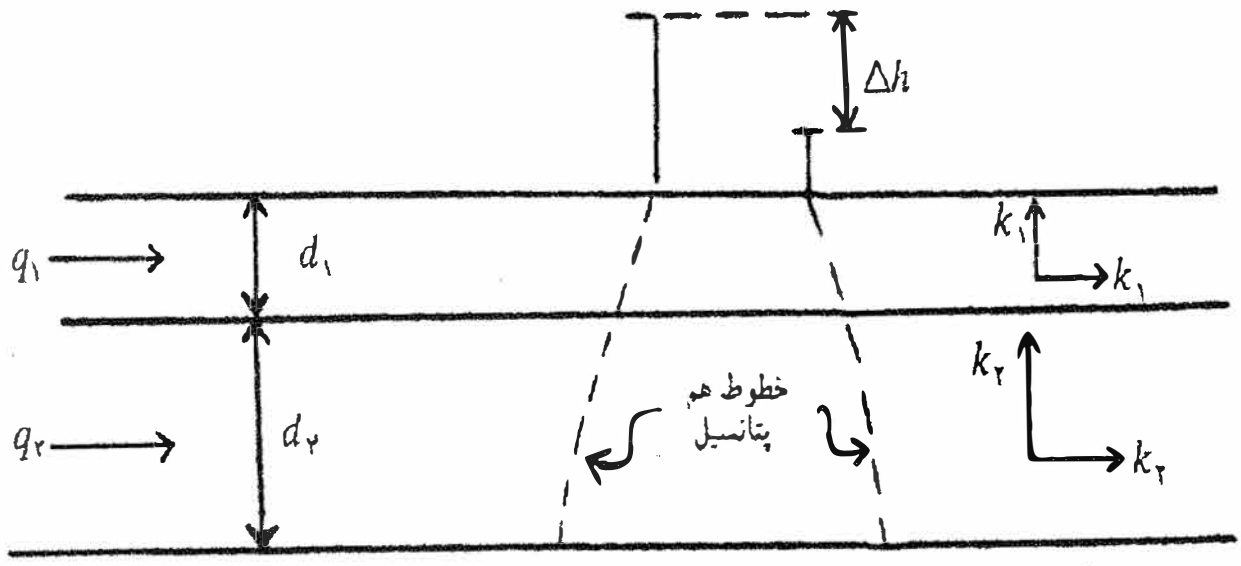
و از آنجا :

$$d_\gamma = \sqrt{k_\gamma} . \sqrt{\frac{h . t}{n}} \qquad (۲۵-۶)$$

۶-۶- نفوذپذیری محیط های متخلخل لایه ای (غیر همگن)

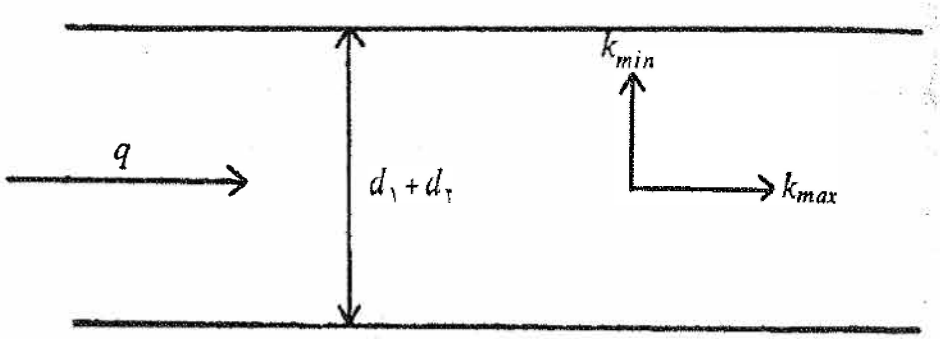
چنانچه یک محیط متخلخل مرکب از لایه‌های همگن خاک با نفوذپذیری و ضخامت‌های متفاوت در نظر گرفته شود (مانند رسوبات ته‌نشین‌شده در دریاچه‌های آب شیرین)، مجموعهٔ این سیستم دارای نفوذپذیری‌های متفاوتی در جهات افقی و قائم است (به‌علت لایه‌بندی خاک). بنابراین همواره می‌توان یک محیط متخلخل مطبق متشکل از لایه‌های مختلف را با یک محیط متخلخل همگن ناهمروند جانشین کرد. محیط جانشین‌شوندهٔ ناهمروند، سیستم معادل نامیده می‌شود. سیستم معادل باید به گونه‌ای تعیین شود که نفوذپذیری آن در دو جهت افقی و قائم، معادل نفوذپذیری مجموعهٔ سیستم لایه‌ای در دو جهت باشد. برای تعیین مشخصات سیستم معادل [۱]، یک محیط متخلخل مرکب از دو لایه به ضخامت‌های d_1 و d_2 و نفوذپذیری‌های k_1 و k_2 مطابق شکل ۶-۵ در نظر گرفته می‌شود.

در شکل مذکور، یک سیستم دو لایه‌ای و دو خط هم‌پتانسیل متوالی از آن رسم شده و فرض می‌شود که هر لایه به‌تنهایی همگن و همروند باشد.



شکل ۶-۵- بررسی جریان در سیستم لایه‌ای در جهت افقی

مقدار جریان عبوری از هر لایه به ترتیب معادل q_1 و q_2 فرض می‌شود و Δh مقدار افت پتانسیل بین دو خط هم‌پتانسیل متوالی را نشان می‌دهد. همان‌طور که قبلاً ذکر شد، می‌توان مجموعهٔ سیستم دولایه‌ای فوق را با یک سیستم یک‌لایه‌ای همگن و ناهمروند جانشین کرد که دارای ضخامت کلی $d_1 + d_2$ بوده و مقدار کلی جریان عبوری از آن برابر با مجموع جریان‌های عبوری از دو لایه است، یعنی $q = q_1 + q_2$. این سیستم ناهمروند معادل، دارای نفوذ پذیری‌های متفاوتی در دو جهت خواهد بود که می‌توان این نفوذپذیری‌ها را برحسب ضخامت و نفوذپذیری سیستم دولایه‌ای محاسبه کرد. شکل ۶-۶ سیستم معادل را نشان می‌دهد.



شکل ۶-۶- سیستم جانشین معادل (ناهمروند)

واضح است که به‌دلیل لایه‌ای بودن سیستم اول، نفوذپذیری مجموعهٔ سیستم لایه‌ای در جهت افقی بیش از قائم است، بنابراین نفوذپذیری سیستم معادل در جهت‌های افقی و قائم با k_{max} و k_{min} نشان داده می‌شود. چنانچه جریان در جهت افقی در نظر گرفته شود، بنابر قانون دارسی در دو سیستم مقدار جریان مساوی و برابر است با :

$$q = k_{max} . i . (d_1 + d_2) = k_1 . i . d_1 + k_2 . i . d_2 \qquad (۲۶-۶)$$

چون خطوط هم‌پتانسیل در دو لایه پیوسته‌اند، بنابراین مقدار i در لایه‌های سیستم اول مساوی و برابر با i در سیستم معادل است، پس :

$$k_{max} = \frac{k_1 . d_1 + k_2 . d_2}{d_1 + d_2} \qquad (۲۷-۶)$$

چنانچه فرمول فوق برای یک سیستم مرکب از n لایه با نفوذپذیری و ضخامت‌های متفاوت بسط داده شود، رابطهٔ زیر حاصل خواهد شد :

$$k_{max} = \frac{\sum_{i=1}^{n} k_i . d_i}{\sum_{i=1}^{n} d_i} \qquad (۲۸-۶)$$

اکنون جریان در جهت قائم در نظر گرفته شده و فرض می‌شود که h_1 و h_2 به ترتیب مقدار افت پتانسیل در دو لایه و h افت پتانسیل در سیستم معادل باشد، پس :

$$h = h_1 + h_2 \qquad (۲۹-۶)$$

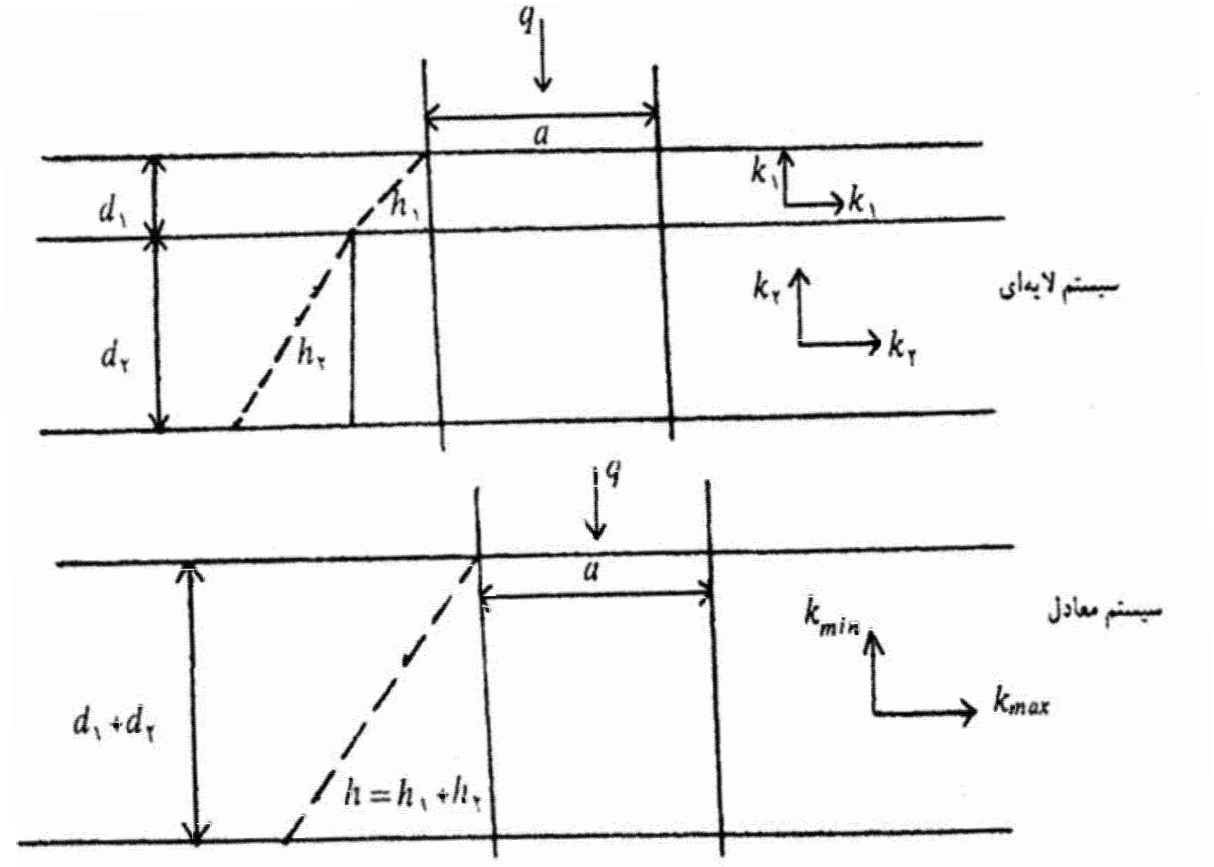
از طرف دیگر، مقدار جریان عبوری از هریک از دو لایهٔ سیستم اول مساوی و برابر با جریان عبوری از سیستم معادل (q) است. شکل ۶-۷ حالت اخیر را نشان می‌دهد.

بنابر قانون دارسی می‌توان نوشت :

$$q = k_1 . \frac{h_1}{d_1} \times a = k_2 \frac{h_2}{d_2} . a \qquad (۳۰-۶)$$

برای لایهٔ معادل نیز که همان مقدار جریان q را عبور می‌دهد، رابطهٔ زیر برقرار است :

$$q = k_{min} . \frac{h}{d_1 + d_2} . a \qquad (۳۱-۶)$$



شکل ۶-۷- بررسی جریان در دو سیستم در جهت قائم

چنانچه مقادیر h_1، h_2 و h از روابط فوق تعیین و در رابطهٔ ۶-۲۹ قرار داده شود، می‌توان نوشت:

$$h_1 = \frac{q.d_1}{k_1.a}$$

$$h_2 = \frac{q.d_2}{k_2.a}$$

پس:

$$h = \frac{q.(d_1+d_2)}{k_{min}.a}$$

$$\frac{q.(d_1+d_2)}{k_{min}.a} = \frac{q.d_1}{k_1.a} + \frac{q.d_2}{k_2.a} \qquad (۶-۳۲)$$

و از آنجا رابطهٔ زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{d_1+d_2}{k_{min}.a} = \frac{d_1}{k_1} + \frac{d_2}{k_2}$$

یا:

$$k_{min} = \frac{d_1+d_2}{\frac{d_1}{k_1}+\frac{d_2}{k_2}} \qquad (۶-۳۳)$$

چنانچه رابطهٔ ۶-۳۳ برای n لایه با نفوذپذیری و ضخامت‌های متفاوت بسط داده شود، شکل عمومی معادله به‌دست خواهد آمد:

$$k_{min} = \frac{\sum_{i=1}^{n} d_i}{\sum_{i-1}^{n} \frac{d_i}{k_i}} \qquad (۶-۳۴)$$