جریان در سدهای خاکی - محیط همگن و همروند

بررسی موقعیت اولین خط جریان در سدهای خاکی

برای بررسی اولین خط جریان در سدهای خاکی، باید سه نکتهٔ اساسی زیر را در نظر داشت:

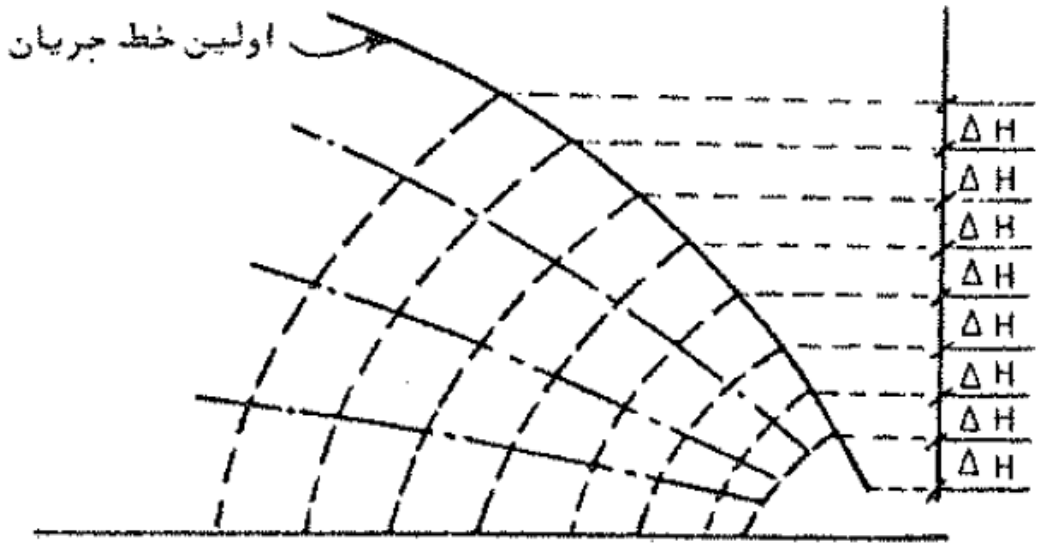
الف) شرایط عمومی اولین خط جریان

ب) شرایط ورود اولین خط جریان به محیط متخلخل

ج) شرایط خروج اولین خط جریان از محیط متخلخل

الف) شرایط عمومی اولین خط جریان

اولین خط جریان در این حالت، تحت فشار اتمسفر است، یعنی تنها منبع انرژی، نیروی ثقل است که بر اثر ارتفاع ذرات آب حاصل می‌شود. بنابر تعریف کلی که در مورد شبکهٔ جریان ذکر شد، مقدار افت فشار (ΔH) بین خطوط هم‌پتانسیل مجاور باید یکسان باشد، یعنی مقدار انرژی مصرف‌شده توسط مولکول‌های آب بین دو خط هم‌پتانسیل مجاور باید مساوی باشد. این مسئله در شکل ۴-۱ نشان داده شده است.

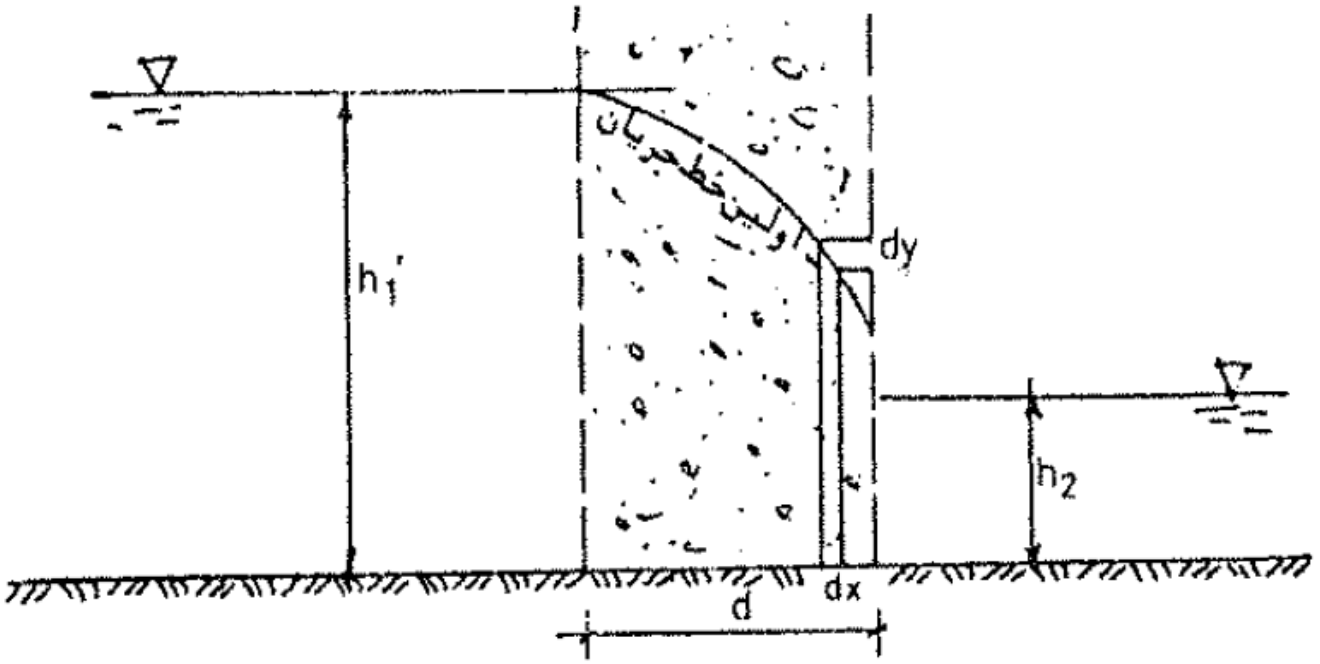


ویژگی‌های اولین خط جریان در محیط غیر محدود

ب) شرایط ورود اولین خط جریان به محیط متخلخل

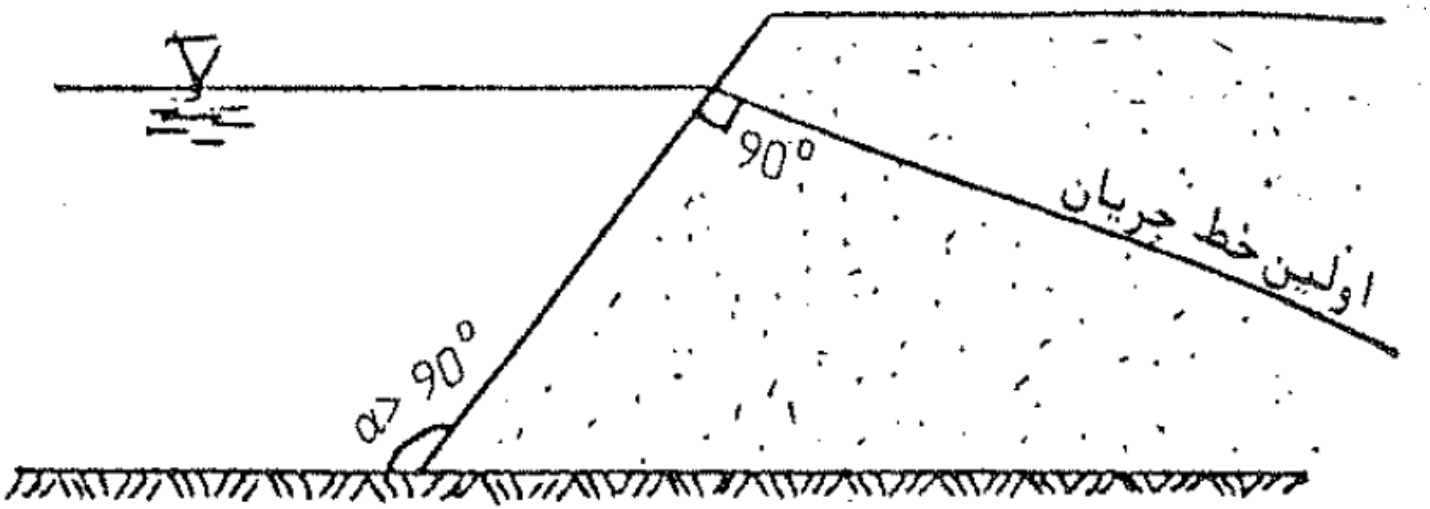
در بالادست جریان، درنقطهٔ ورودآب به‌داخل بدنهٔ سدخاکی، اولین خط جریان باید بر سطح شیبدارسد در بالادست (که‌بنابرتعریف منطبق‌است با اولین‌خط هم‌پتانسیل) عمودباشد. در این مورد،سه حالت پیش خواهد آمد:

حالت اول : بدنهٔ محیط متخلخل در بالادست قائم است (شکل ۴-۲).



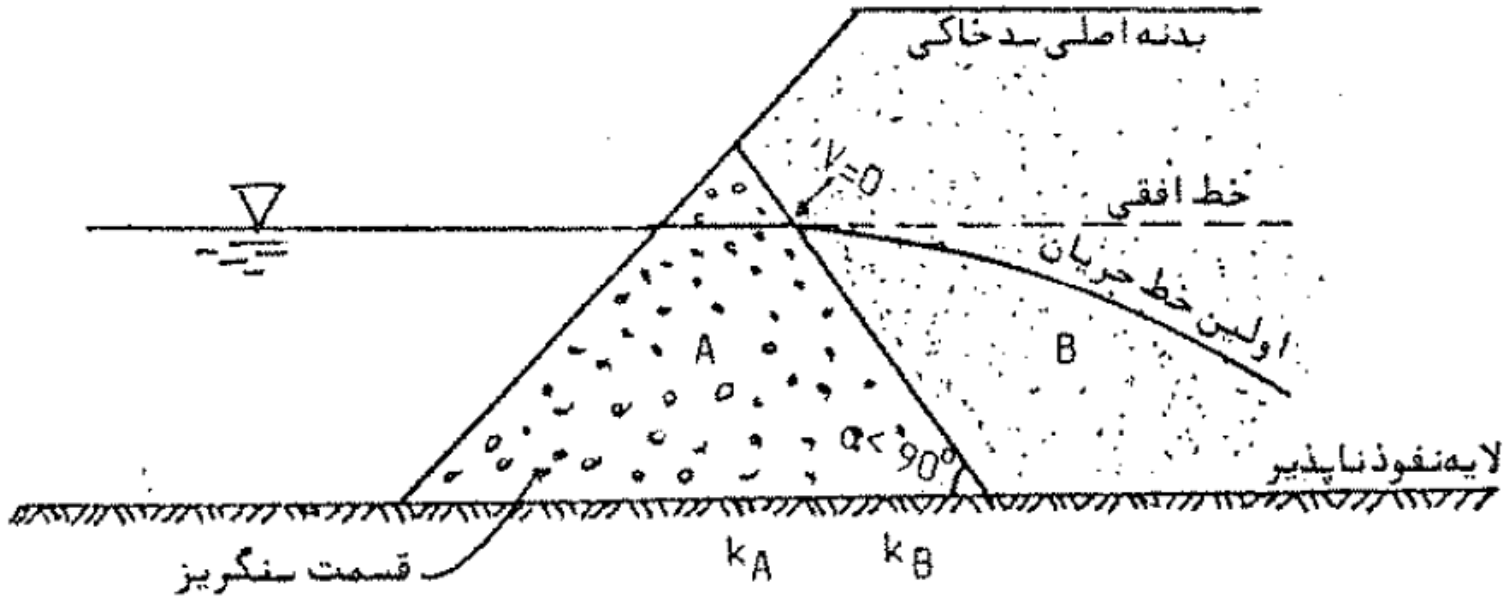
شروع اولین خط جریان در سطح قائم

حالت دوم : بدنهٔ سد خاکی‌در بالادست مورب و با زاویهٔ شیب منفرجه است (شکل ۴-۳).



شروع اولین خط جریان در سطح شیبدار (زاویهٔ منفرجه)

حالت سوم : بدنهٔ محیط متخلخل دربالادست مورب‌ویا زاویهٔ حاده است.این حالت وقتی پیش می‌آید که قسمتی از بدنهٔ سد خاکی در بالادست از لاشه‌سنگ و سنگریزهٔ درشت با نفوذپذیری بسیار بالا ساخته شده باشد، به‌طوری‌که قابلیت نفوذ این قسمت بسیار بیشتر از قابلیت نفوذ بدنهٔ اصلی سد باشد و عملاً بتوان آن را معادل بی‌نهایت گرفت. در این حالت بدنهٔ اصلی سد به‌ناچار زاویه‌ای حاده با پی غیرقابل‌نفوذ خواهد ساخت و چون اولین خط جریان نمی‌تواند به سطحی بالاتر از سطح آب آزاد در پشت سد صعود کند، ناگزیر این خط عمود بر اولین خط هم‌پتانسیل (سطح بدنهٔ سد در بالادست) نیست، و مماس بر خط افقی است، به همین علت در این نقطه جریان ورودی دارای سرعتی معادل صفر خواهد بود. شکل ۴-۴ این حالت را نشان می‌دهد.



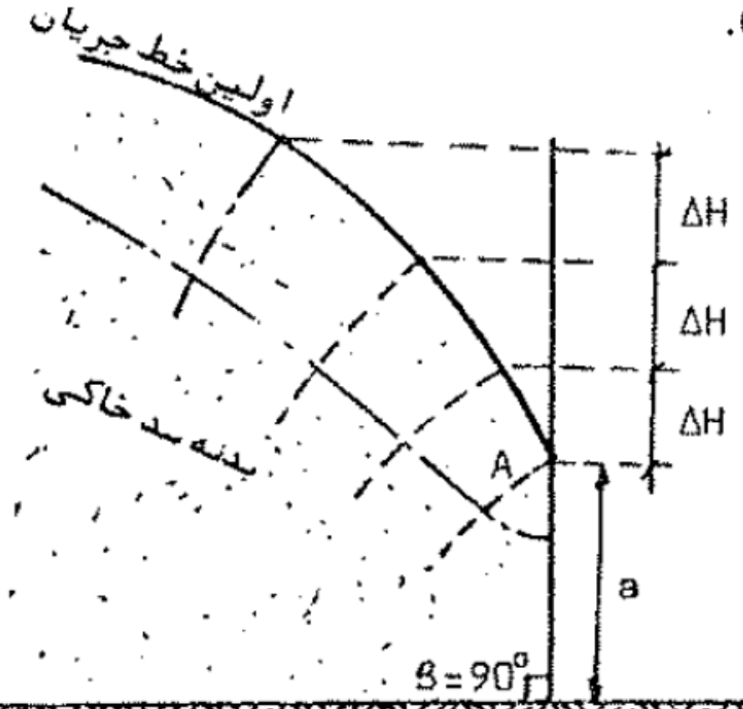
شروع اولین خط جریان در سطح شیبدار با زاویهٔ حاده

همانطور که در شکل ۴-۴ دیده می‌شود، در این حالت آب تحت زاویهٔ کمتر از ۹۰ درجه وارد بدنهٔ سد می‌شود. باید توجه داشت که به‌علت نفوذپذیری زیاد قسمت سنگریز سد، سطح آب در این قسمت از بدنه و بالادست سد یکسان فرض شده است.

ج) شرایط خروج اولین خط جریان از محیط متخلخل

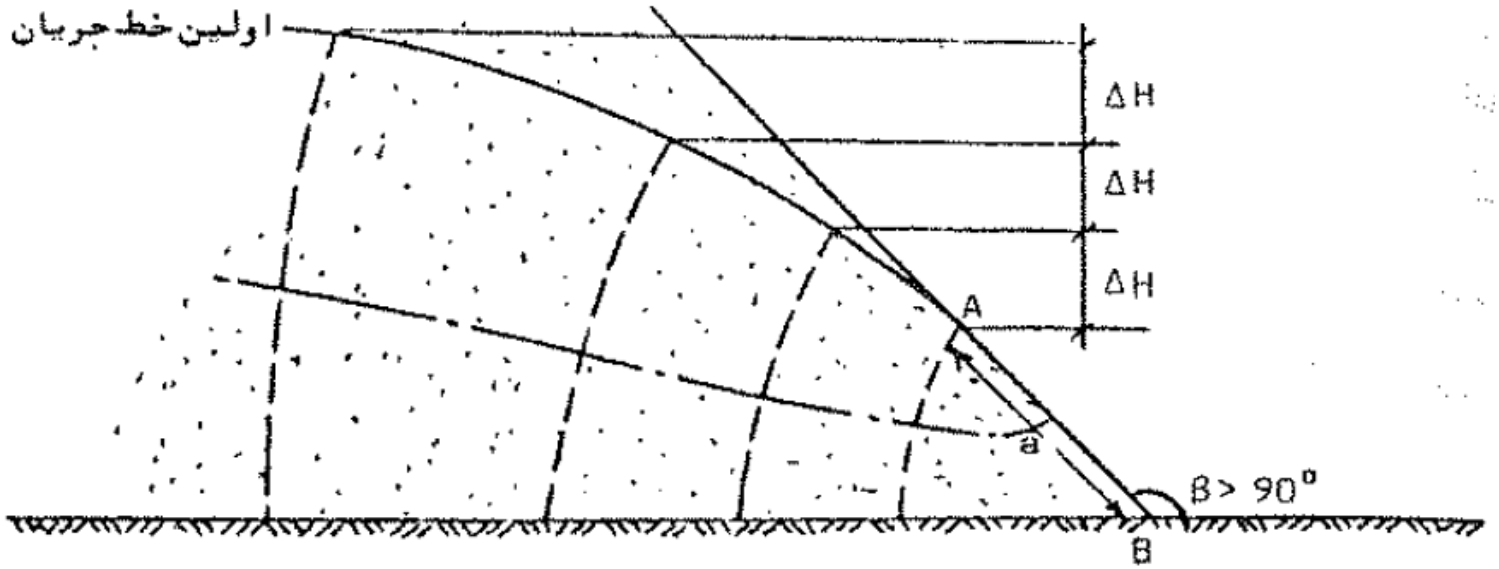
ذرات آب در انتهای بالاترین خط جریان مسیری را منطبق با جهت عمومی شتاب ثقل طی می‌کنند (عموماً مسیر قائم). در این مورد نیز سه حالت می‌توان در نظر گرفت:

حالت اول : بدنهٔ محیط متخلخل در پایین‌دست قائم است. در این صورت اولین خط جریان بر بدنهٔ محیط متخلخل مماس شده و خط نشت آب روی این سطح ظاهر می‌شود (شکل ۴-۵).



انتهای اولین خط جریان روی سطح قائم

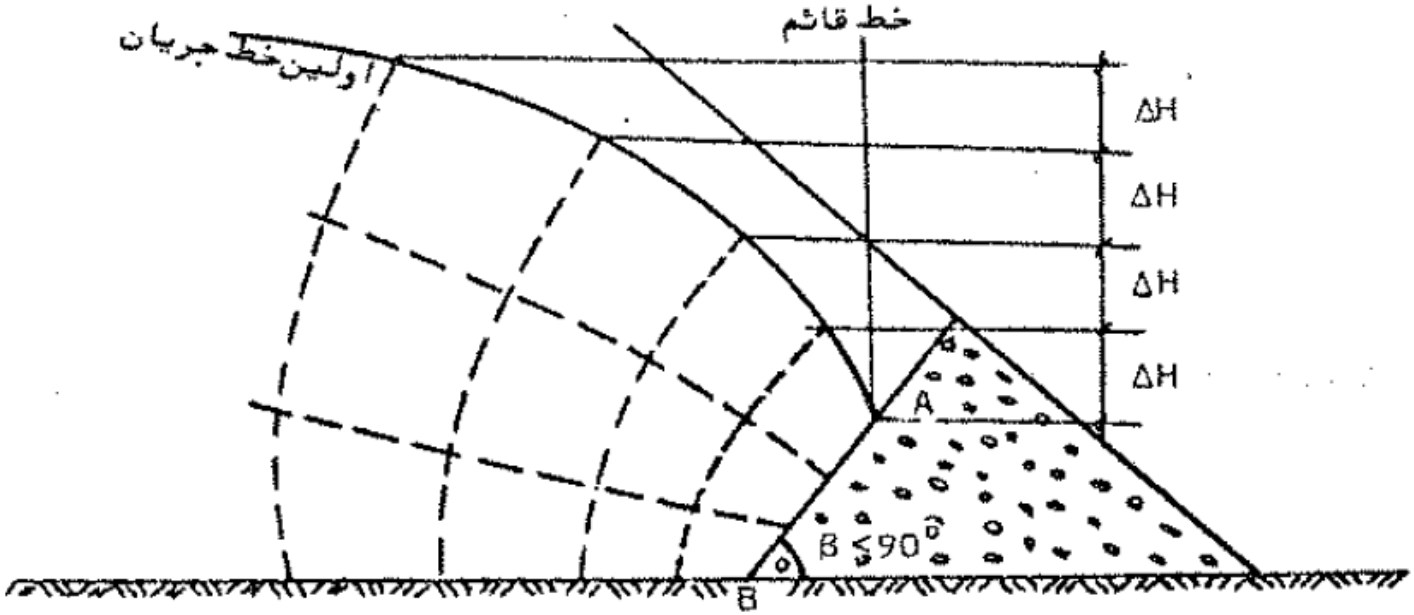
حالت دوم : بدنهٔ محیط متخلخل در پایین‌دست مورب است و با لایهٔ غیرقابل‌نفوذ زاویهٔ شیب منفرجه می‌سازد ($\beta > 90^\circ$) . در این حالت اولین خط جریان مماس بر بدنهٔ شیبدار محیط است و خط نشت آب روی بدنه در نقطه‌ای مثل A ظاهر می‌شود (شکل ۴-۶).



انتهای اولین خط جریان روی سطح شیبدار (زاویهٔ منفرجه)

سطح آب در پایین‌دست بین نقاط A و B قرار خواهد گرفت. باید توجه داشت که خطوط هم‌پتانسیل نمی‌توانند بدنهٔ‌سد رادر سطحی‌زیرسطح آزاد آب در پایین‌دست سد قطع کنند (زیرادراین حالت‌بدنهٔ سد زیر سطح آب خودآخرین خط هم‌پتانسیل است، ازاین‌رو نمی‌تواند سایر خطوط هم‌پتانسیل راقطع کند)،اما خطوط جریانی که در زیر سطح آب پایین‌دست به بدنهٔ سد می‌رسند، باید بر آن عمود باشند (عمود بر آخرین خط هم‌پتانسیل).

حالت سوم : در این حالت قسمت پایین‌دست بدنهٔ سد از لاشه‌سنگ و قلوه‌سنگ با نفوذپذیری خیلی زیاد ساخته شده و در نتیجه بدنهٔ اصلی سد (قسمت خاکی با نفوذپذیری کم) با لایهٔ نفوذناپذیر زاویه‌ای حاده می‌سازد. در چنین حالتی انتهای اولین خط جریان مماس بر خط قائم است و از بدنهٔ سد در پایین‌دست مطابق شکل ۴-۷ خارج می‌شود.



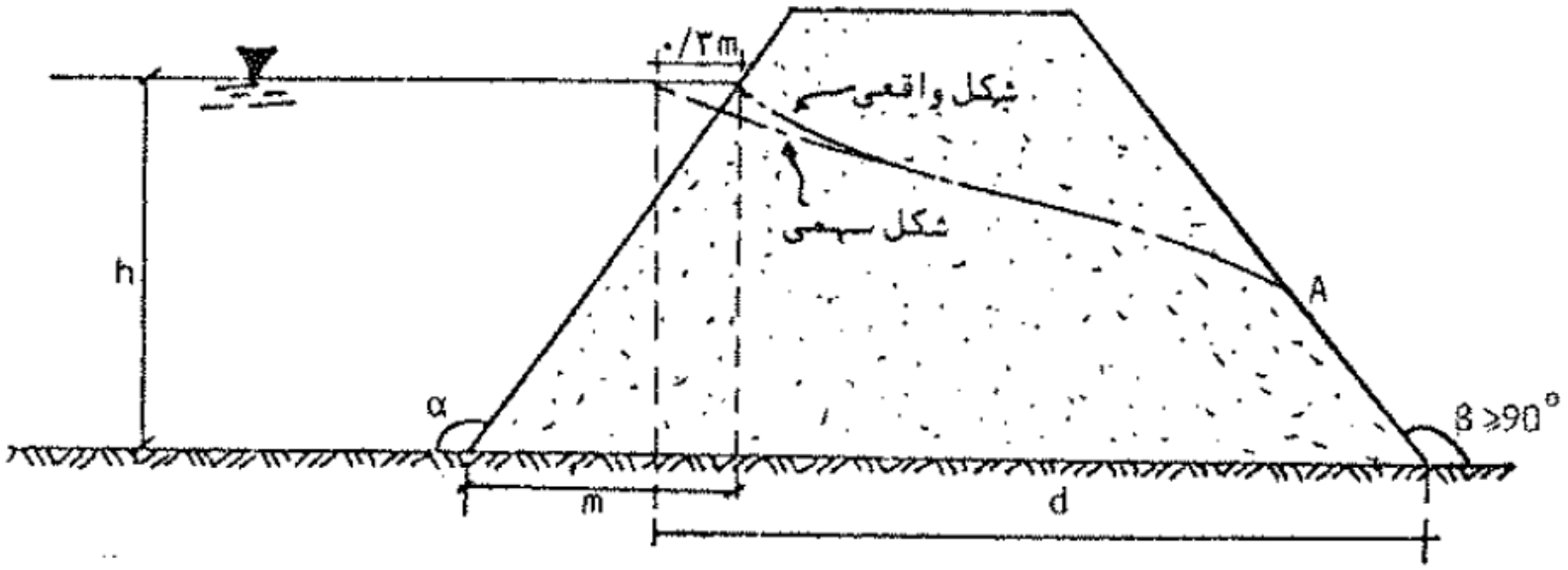
انتهای اولین خط جریان روی سطح شیبدار (زاویهٔ حاده)

شکل عمومی اولین خط جریان در سدهای خاکی

بررسی‌های تجربی بسیار، ثابت کرده که اولین خط جریان در سدهای خاکی (خصوصاً قسمت میانی این خط) دارای شکلی بسیار نزدیک به یک سهمی است، ازاین‌رو قوانین عمومی ترسیم سهمی برای رسم این خط قابل کاربرد خواهد بود. البته باید توجه داشت که تعیین نقاط ابتدا و انتهای اولین خط جریان دارای اهمیت فوق‌العاده است و باید قبل از ترسیم خط، معین گردد. نقطهٔ شروع اولین خط جریان بالطبع محل تقاطع سطح آزاد آب در بالادست با بدنهٔ سد خواهد بود که به‌آسانی قابل تعیین است. اما برای تعیین نقطهٔ انتهایی اولین خط جریان، یعنی محلی که این خط بدنهٔ سد را در پایین‌دست قطع می‌کند، روش‌های مختلفی وجود دارد که در این قسمت بررسی خواهد شد.

قبل از هر چیز باید توجه داشت که اولین خط جریان هیچ‌وقت نمی‌تواند از نقطهٔ پنجهٔ سد، یعنی محل تقاطع بدنهٔ سد در پایین‌دست و پی غیرقابل‌نفوذ بگذرد یا اینکهٔ لایهٔ غیرقابل‌نفوذ را قطع کند، زیرا در چنین حالتی اصولاً جریانی صورت نخواهد گرفت، بنابراین نقطهٔ خروج اولین خط جریان باید بالاتر از نقطهٔ پنجهٔ سد باشد.

آرتور کاساگرانده [1] بر اساس مطالعات تجربی بسیار به این نتیجه رسیده است که چنانچه اولین خط جریان به‌صورت یک سهمی کامل رسم شود، خط ترسیم‌شده سطح آزاد آب در بالادست سد را در نقطه‌ای مثل M به فاصلهٔ تقریبی ۰/۳ m قطع می‌کند که مقدار m در شکل ۴-۸ نشان داده شده است [۱].

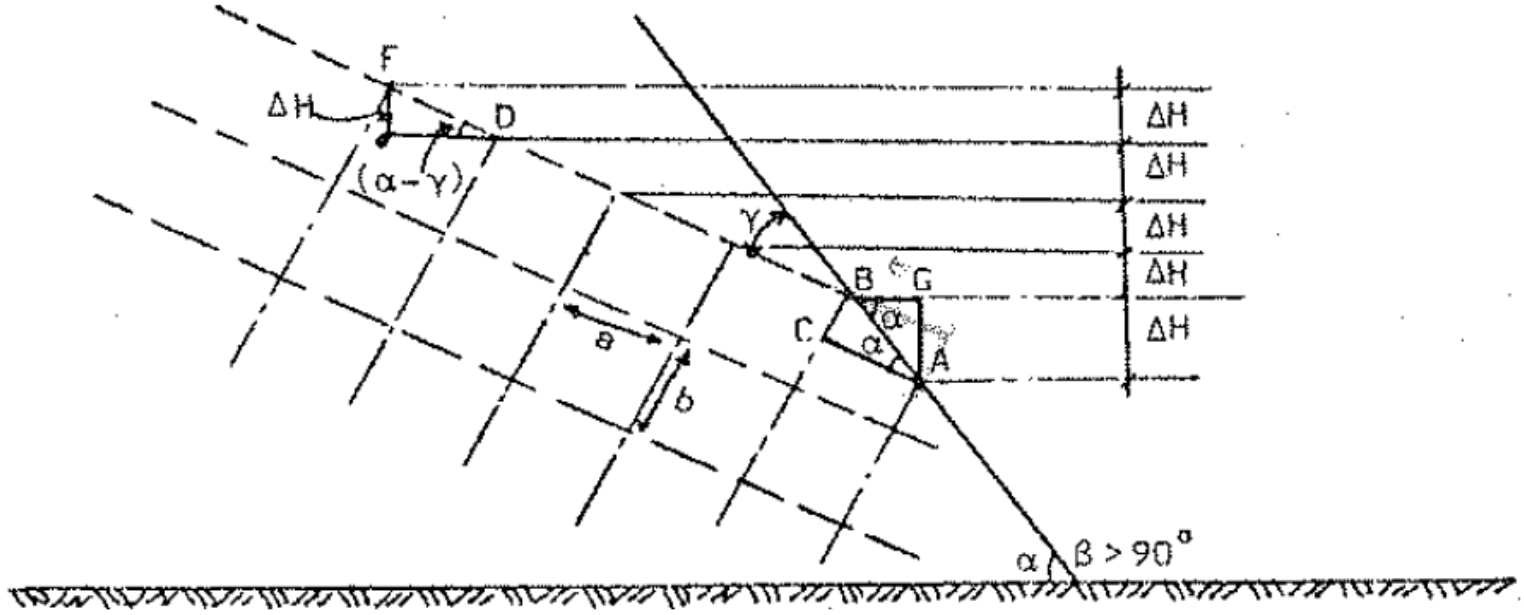


نقطهٔ شروع سهمی منطبق با اولین خط جریان

اولین خط جریان در نقطهٔ شروع عمود بر سطح بدنهٔ سد در بالادست خارج می‌شود، زیرا این سطح اولین خط هم‌پتانسیل را نیز نمایش می‌دهد. بنابراین قسمت ابتدایی این خط از معادلهٔ سهمی تبعیت نمی‌کند و باید به‌صورت تقریبی رسم شود.

قبلاً دیده شد که چنانچه بدنهٔ سد در پایین‌دست، پی غیرقابل‌نفوذ را با زاویهٔ $\beta > ۹۰^\circ$ قطع کند، اولین خط جریان مماس بر بدنهٔ سد خواهد بود. در این قسمت از طریق ریاضی ثابت خواهد شد که اولین خط جریان نمی‌تواند تحت هیچ زاویه‌ای (مثل γ) بدنهٔ سد در پایین‌دست را قطع کند و لزوماً باید بر آن مماس شود. برای اثبات این امر دو حالت در نظر گرفته می‌شود:

حالت اول : زاویهٔ تقاطع بدنهٔ سد در پایین‌دست با پی غیرقابل‌نفوذ منفرجه است ($\beta > ۹۰^\circ$). در این حالت فرض می‌شود که اولین خط جریان بر بدنهٔ سد در پایین‌دست مماس نیست و با آن زاویه‌ای مثل γ بسازد (شکل ۴-۹).



اثبات مماس بودن اولین خط جریان بر شیب پایین‌دست (زاویهٔ منفرجه)

در مثلث DEF می‌توان نوشت:

$$\overset{\Delta}{DEF} \rightarrow EF = \Delta H = a\sin(\alpha - \gamma)$$

همین‌طور در مثلث‌های AGB و ABC روابط زیر برقرار است:

$$\overset{\Delta}{ABC} \rightarrow \cos\gamma = \frac{a}{AB} \rightarrow AB = \frac{a}{\cos\gamma}$$

$$\overset{\Delta}{AGB} \rightarrow \Delta H = AB.\sin\alpha = \frac{a}{\cos\gamma}.\sin\alpha$$

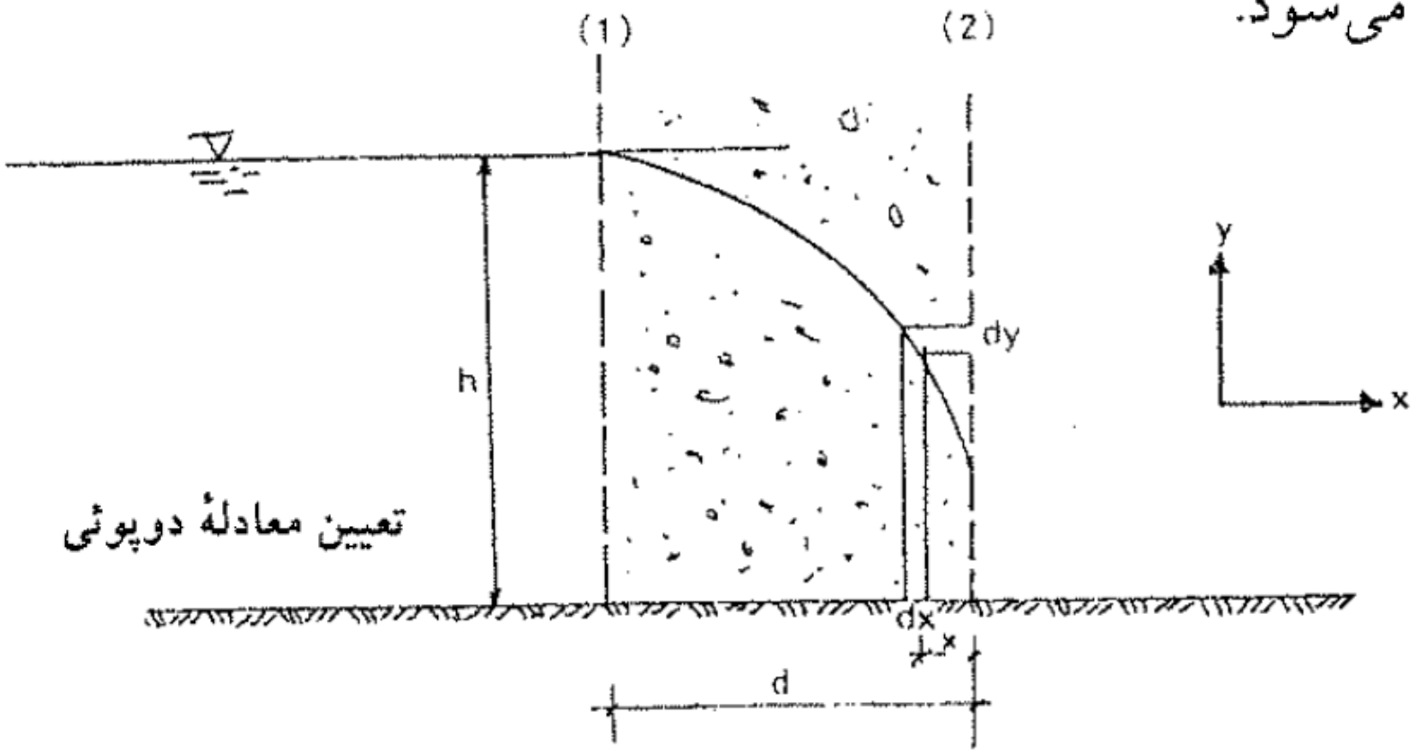
با تلفیق روابط فوق، رابطهٔ زیر حاصل می‌شود:

$$\Delta H = a\sin(\alpha - \gamma) = \frac{a}{\cos\gamma}.\sin\alpha \quad \Rightarrow \quad \sin(\alpha - \gamma) = \frac{\sin\alpha}{\cos\gamma}$$

اگر فرض شود $\alpha \neq 0$ است، تنها شرط برقراری رابطهٔ ۴-۵ عبارت است از $\gamma = 0$، یعنی اولین خط جریان باید مماس بر بدنهٔ سد باشد.

معادلهٔ دوپوئی برای جریان آب در محیط متخلخل

با در نظر گرفتن شکل ۴-۱۱، معادلهٔ حرکت آب در خاک بین دو مقطع (۱) و (۲) بررسی می‌شود:



بنابر قانون دارسی مقدار جریان برابر است با:

$$q = k \,.\, i \,.\, A$$

دوپوئی در مورد حرکت آب در محیط متخلخل (بخصوص در سدهای خاکی) برای تعیین معادلهٔ حرکت دو فرض زیر را درنظر گرفت:

الف) در تعیین شیب هیدرولیکی (i) به جای سینوس‌زاویهٔ خط نشت ازتانژانت استفاده شود.

ب) مقدار عددی شیب هیدرولیکی روی هر سطح قائم ثابت باشد.

در این صورت با استفاده از قانون دارسی می‌توان روابط زیر را نوشت :

$$q = k \,.\, y \,.\, \frac{dy}{dx}$$

$$\int_o^d q \,.\, dx = \int_o^h k \,.\, y \,.\, dy$$

$$[q \,.\, x]_o^d = [\frac{k\, y^{۲}}{۲}]_o^h + C$$

در شرایطی که $x = ۰$ باشد، $y = ۰$، پس $C = ۰$ و از آنجا رابطهٔ ۴-۱۵ به‌صورت زیر درخواهد آمد:

$$q \,.\, d = \frac{k \,.\, h^{۲}}{۲}$$

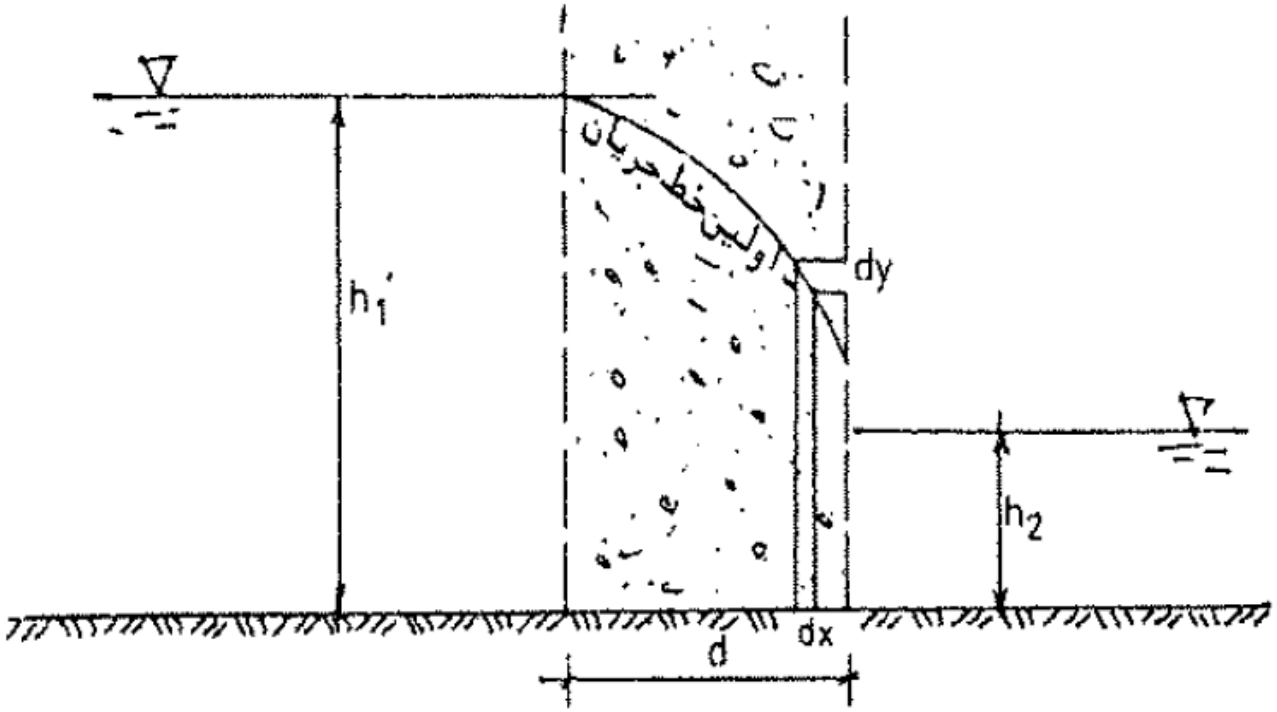
$$q = \frac{k h^{۲}}{۲ d}$$

چنانچه با رابطهٔ $q = k.h.S_F$ مقایسه شود

$$S_F = \frac{h}{2d}$$

همان‌طورکه ملاحظه گردید، برای به‌دست آوردن معادلهٔ دوپوئی دو فرض در نظر گرفته شد. اولین فرض این است که در معادلهٔ دارسی برای تعیین شیب آبی (i) به‌جای سینوس ($\frac{dy}{ds}$) از تانژانت ($\frac{dy}{dx}$) استفاده می‌شود که البته بین این دو کمیت برای زوایای کوچک اختلاف کمی وجود دارد و دقت آن برای محاسبات در سدهای خاکی کافی است، زیرا زاویهٔ شیب خط نشت در سدهای خاکی چندان زیاد نیست و در نتیجه مقدار تانژانت به سینوس خیلی نزدیک خواهد بود. فرض دوم این است که شیب آبی در امتداد یک سطح قائم ثابت است. این فرض با آنکه صحیح نیست، اما دارای دقت کافی جهت کاربرد عملی در محاسبات است.

چنانچه ارتفاع آب در پائین دست صفر نباشد (شکل ۴-۱۲) محاسبات، کمی تفاوت خواهد داشت :



تعیین معادلهٔ دوپوئی با در نظر گرفتن آب پایین‌دست

نظیر حالت قبل، می‌توان روابط زیر را نوشت :

$$q = k.y.\frac{dy}{dx}$$

$$\int q.dx = \int k.y.dy$$

$$q.x = \frac{k.y^{۲}}{۲} + C$$

در شرایطی که $x = ۰$ باشد، $y = h_۲$، پس : $C = \frac{-k.h_۲^{۲}}{۲}$

$$[q.x]_o^d = [\frac{ky^{۲}}{۲} - \frac{k.h_۲^{۲}}{۲}]_o^{h_۱}$$

و مانند حالت قبل :

$$q.d = \frac{k}{۲}(h_۱^{۲} - h_۲^{۲})$$

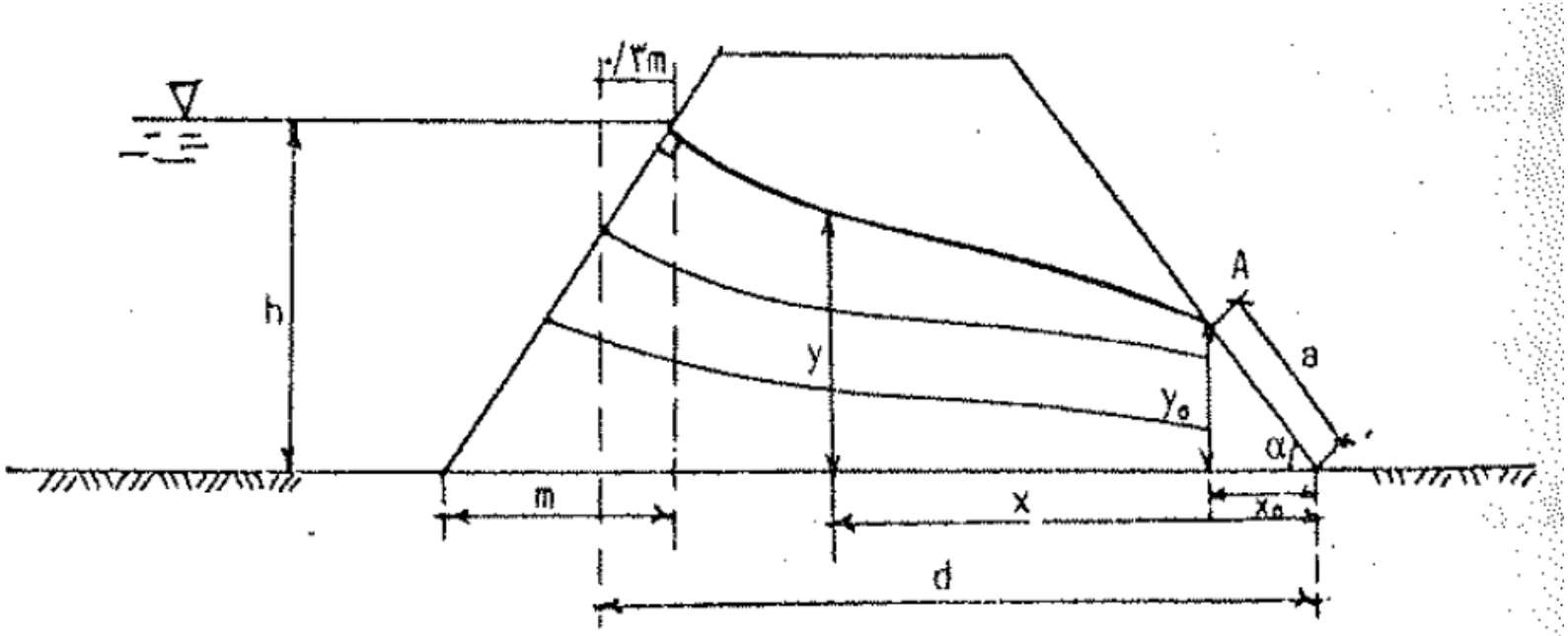
$$S_F = \frac{h_۱ + h_۲}{۲d}$$

$$q = \frac{k}{۲d}(h_۱^{۲} - h_۲^{۲}) = k(h_۱ - h_۲)(\frac{h_۱ + h_۲}{۲d})$$

استفاده‌ازروش دوپوئی‌برای‌تعیین محل‌خروج اولین‌خط جریان درسدهای خاکی(محاسبهٔ a)

برای محاسبهٔ فاصلهٔ a، یعنی محل خروج اولین خط جریان در سدهای خاکی، شکل۴-۱۳ در نظر گرفته می‌شود. زاویهٔ داخلی بدنهٔ سد خاکی در پایین دست α و ارتفاع آب در پشت سد h فرض می‌شود.با استفاده از فرضیات دوپوئی می‌توان نوشت

$$q = k.y.\frac{dy}{dx} \longrightarrow q.x = \frac{ky^{۲}}{۲} + C$$



تعیین محل خروج خط نشت

در محل خروج جریان نشت در شیب پایین‌دست روابط زیر برقرار است:

$$y_o = a \sin \alpha$$

$$x_o = a \cos \alpha$$

مقدار q را در مقطع قائم در نقطهٔ A نیز می‌توان به‌شرح زیر محاسبه کرد:

$$q = k \,.\, i \,.\, A$$

$$i = \tan \alpha$$

$$A = y_o \times ۱ = a \sin \alpha \times ۱$$

$$q = k \,.\, a \,.\, \sin \alpha \,.\, \tan \alpha$$

با مساوی قرار دادن روابط $q.x = \frac{ky^۲}{۲} + C$ و $q = k \,.\, a \,.\, \sin \alpha \,.\, \tan \alpha$ رابطهٔ زیر حاصل خواهد شد :

$$k \,.\, a \,.\, \sin \alpha \,.\, \tan \alpha \,.\, x = \frac{k \,.\, y^۲}{۲} + C$$

برای تعیین مقدار ثابت C می‌توان از حدود انتگرال‌گیری استفاده کرد. به‌ازای $x = d$، $y = h$، پس:

$$C = k.a.\frac{\sin^{۲}\alpha}{\cos\alpha}.d - \frac{k.h^{۲}}{۲}$$

با قرار دادن مقدار (C) در رابطهٔ

$$k.a.\frac{\sin^{۲}\alpha}{\cos\alpha}.x = \frac{k.y^{۲}}{۲} + k.a.\frac{\sin^{۲}\alpha}{\cos\alpha}.d - \frac{k.h^{۲}}{۲}$$

پس از ساده کردن معادلهٔ فوق، می‌توان نوشت:

$$x = d - \frac{(h^{۲} - y^{۲})}{۲a\sin^{۲}\alpha}.\cos\alpha$$

رابطهٔ فوق، معادلهٔ منحنی اولین خط جریان در داخل سد خاکی را با استفاده از فرضیات دوپوئی به‌دست می‌دهد. اما آنچه در اینجا مورد نظر است، محاسبهٔ مقدار a می‌باشد که در معادلهٔ فوق مجهول است.

چنانچه مختصات نقطهٔ A ، یعنی $x = x_o = a\cos\alpha$ و $y = y_o = a\sin\alpha$ در معادلهٔ ۴-۳۱ قرار داده شود :

$$a^{۲}\sin^{۲}\alpha = \frac{a^{۲}\sin^{۲}\alpha}{۲} + a\sin\alpha\,.\,\tan\alpha\,.\,d - \frac{h^{۲}}{۲}$$

$$۲a^{۲}\sin^{۲}\alpha = a^{۲}\sin^{۲}\alpha + ۲a\,.\sin\alpha\,.\,\tan\alpha\,.d - h^{۲}$$

$$a^{۲}\sin^{۲}\alpha - ۲ad\,.\,\sin\alpha\,.\,\tan\alpha + h^{۲} = ۰$$

چنانچهٔ معادلهٔ اخیر بر حسب a به‌صورت یک معادلهٔ درجهٔ دوم مرتب شود، رابطهٔ زیر حاصل خواهد شد:

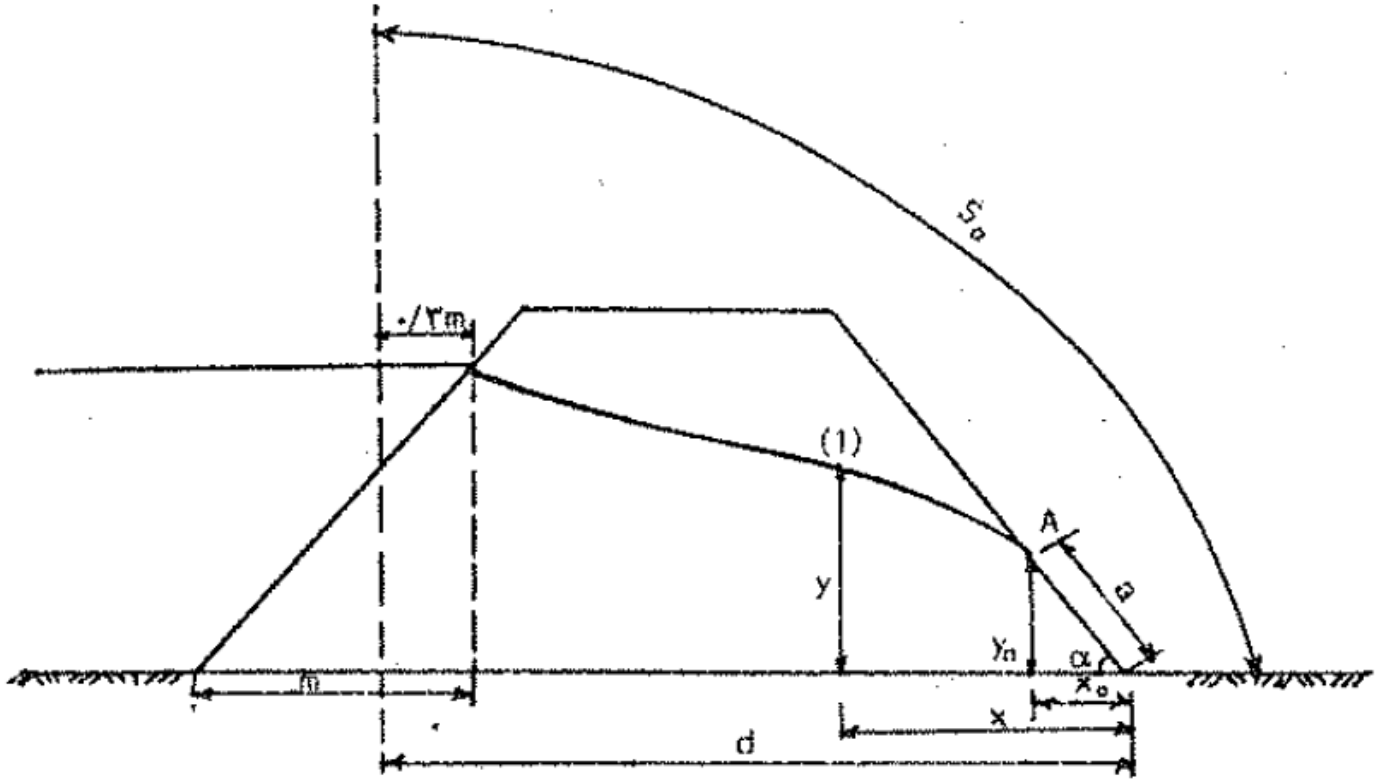
$$a^{۲} - \frac{۲ad}{\cos\alpha} + \frac{h^{۲}}{\sin^{۲}\alpha} = ۰$$

پس از حل معادلهٔ درجهٔ دوم فوق مقدار a به‌شرح زیر محاسبه می‌شود:

$$a = \frac{d}{\cos\alpha} \pm \sqrt{\frac{d^{۲}}{\cos^{۲}\alpha} - \frac{h^{۲}}{\sin^{۲}\alpha}}$$

روش کاساگرانده برای محاسبهٔ a وقتی‌که $\alpha > ۳۰^\circ$ باشد

در این حالت با درنظر گرفتن شکل ۴-۱۵ معادلهٔ جریان بنابر قانون دارسی نوشته می‌شود.



تعیین محل خروج خط نشت با استفاده از روش کاساگرانده

براساس قانون دارسی مقدار جریان عبوری از مقطع(۱) به مختصات x و y برابر است با:

$$q = k.\frac{dy}{ds}.y \longrightarrow \int q.ds = \int k.y.dy \longrightarrow q.s = \frac{k.y^{۲}}{۲} + C$$

اما وقتی‌که $s = s_o$ باشد، $y = h$ خواهد بود، پس :

$$C = q.s_o - \frac{k.h^{۲}}{۲}$$

$$q.s = \frac{k.y^{۲}}{۲} + q.s_o - \frac{k.h^{۲}}{۲}$$

$$۲q.s = k.y^{۲} + ۲q.s_o - k.h^{۲}$$

اما در نقطهٔ A نیز می‌توان قانون دارسی را به‌صورت کلی زیر نوشت :

$$q = k.i.A$$

$$q = k.\frac{dh}{ds} \times y_o \times ۱$$

از طرف دیگر، در نقطهٔ خروجی A روابط زیر نیز برقرار است :

$$s = a$$

$$y_o = a \sin\alpha$$

$$i = \frac{y_o}{a} = \sin\alpha$$

$$\Rightarrow \quad q = k.a.\sin^{۲}\alpha \quad \Rightarrow \quad a = s_o \pm \sqrt{s_o^{۲} - \frac{h^{۲}}{\sin^{۲}\alpha}}$$

محاسبهٔ ضریب شکل با استفاده از روش‌های دوپوئی و کاساگرانده

بر اساس روش‌های یادشده مقدار جریان در هر روش برابر خواهد بود با :

روش دوپوئی : $q = k \,.\, a \,.\, \sin\alpha \,.\, \tan\alpha$

روش کاساگرانده : $q = k \,.\, a \,.\, \sin\alpha \,.\, \sin\alpha$

بنابر تعریف در شبکهٔ جریان مقدار q برابر است با : $q = k \,.\, h \,.\, S_F$

بنابراین مقدار ضریب شکل در دو روش اخیر برابر است با :

روش دوپوئی : $S_F = \dfrac{\alpha.\ \sin^2\alpha}{h.\ \cos\alpha}$

روش کاساگرانده : $S_F = \dfrac{\alpha.\ \sin^2\alpha}{h}$

محاسبهٔ ضریب شکل بر حسب مشخصات سد خاکی

الف) روش دوپوئی : در قسمت قبل دیده شد که در روش دوپوئی :

$$q = k.a.\sin\alpha.\tan\alpha \qquad \text{و نیز :} \qquad a = \frac{d}{\cos\alpha} - \sqrt{\frac{d^{۲}}{\cos^{۲}\alpha} - \frac{h^{۲}}{\sin^{۲}\alpha}}$$

از تلفیق دو رابطهٔ فوق، معادلهٔ زیر به‌دست خواهد آمد :

$$q = k.h\ [d\frac{\tan^{۲}\alpha}{h} - \tan\alpha\sqrt{\frac{d^{۲}\tan^{۲}\alpha}{h^{۲}} - ۱}\ ]$$

بنابراین ضریب شکل برابر است با :

$$S_F = d\frac{\tan^{۲}\alpha}{h} - \tan\alpha\sqrt{\frac{d^{۲}\tan^{۲}\alpha}{h^{۲}} - ۱}$$

ب) روش کاساگرانده : به‌طور مشابه در این روش نیز روابط زیر موجود است:

$$a = s_o - \sqrt{s_o^2 - \frac{h^2}{\sin^2\alpha}} \qquad \text{و نیز :} \qquad q = k.a.\sin^2\alpha$$

پس از تلفیق این دو رابطه، روابط زیر حاصل خواهد شد :

$$q = k.h\ [\frac{s_o.\sin^2\alpha}{h} - \sin\alpha\sqrt{\frac{s_o^2\sin^2\alpha}{h^2} - 1}]$$

و سرانجام ضریب شکل برابر است با:

$$S_F = \frac{s_o.\sin^2\alpha}{h} - \sin\alpha\sqrt{\frac{s_o^2.\sin^2\alpha}{h^2} - 1}$$

باید توجه داشت که مطابق تعریف کلی $S_F = \frac{n_f}{n_e}$ عددی است بدون بعد و در معادلات به‌دست آمده در فوق نیز ضریب شکل بدون بعد بوده و تابعی از مشخصات هندسی سد و سطح آب در بالادست آن است.

رسم اولین خط جریان (خط نشت) در سدهای خاکی

پس از معین شدن نقاط ابتدا و انتهای اولین خط جریان (نقاط ورودی و خروجی) در داخل سد خاکی، می‌توان خط مزبور را بین این دو نقطه و با استفاده از خاصیت عمومی اشکال سهمی ترسیم کرد. برای ترسیم این خط باید مراحل زیر را به ترتیب طی کرد:

۱- نقاط D و A ابتدا و انتهای خط نشت را براساس روش‌هایی که قبلاً بحث شد، تعیین کنید (شکل ۴-۱۸).

۲- نقطهٔ B محل تقاطع خطی افقی (همتراز با سطح آب) را با بدنهٔ سد در پایین‌دست تعیین کنید.

۳- فاصلهٔ BD را به n قسمت مساوی تقسیم کنید.

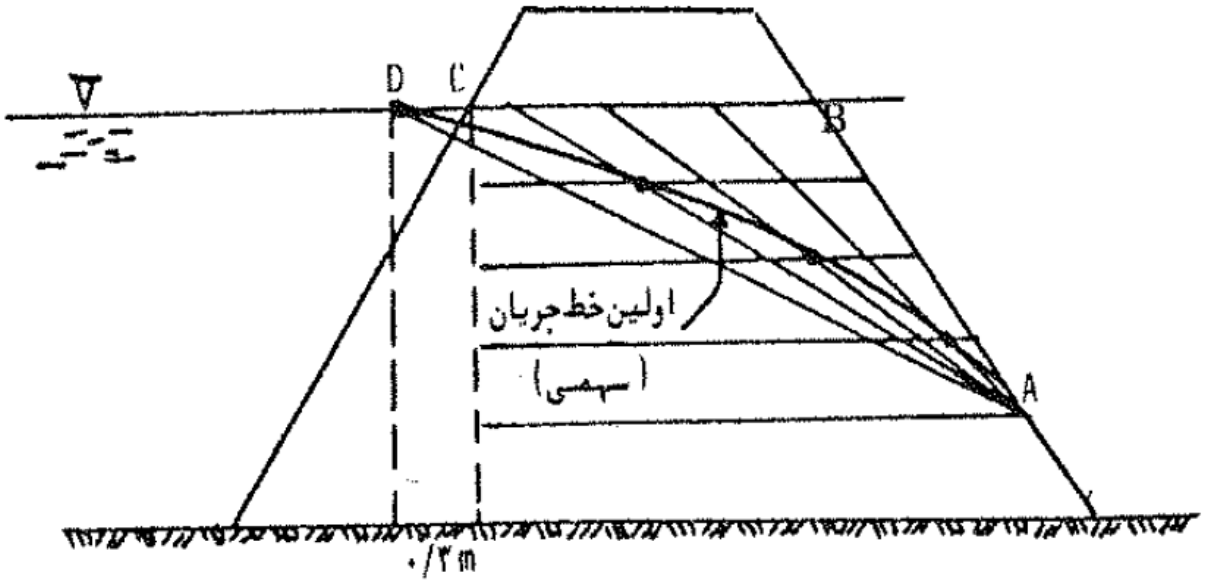
۴- فاصلهٔ AB را نیز به همان n قسمت مساوی تقسیم کنید.

۵- نقطهٔ A را به هریک از نقاط تقسیم روی خط BD وصل کنید.

۶- از نقاط تقسیم روی خط AB خطوطی افقی رسم کنید.

۷- محل تقاطع دوسری خطوط ترسیم‌شده درمراحل ۵ و ۶ را به ترتیب تعیین کرده و نقاط حاصل را به‌هم وصل کنید.

منحنی حاصل یک‌سهمی و نمایشگر اولین خط جریان در داخل سد خاکی است. البته همان‌طور که بعداً نیز دیده خواهد شد، نقطهٔ شروع این خط، نقطهٔ C خواهد بود و خط جریان عمود بر بدنهٔ سد در بالادست خارج شده و به خط اخیر متصل می‌شود.

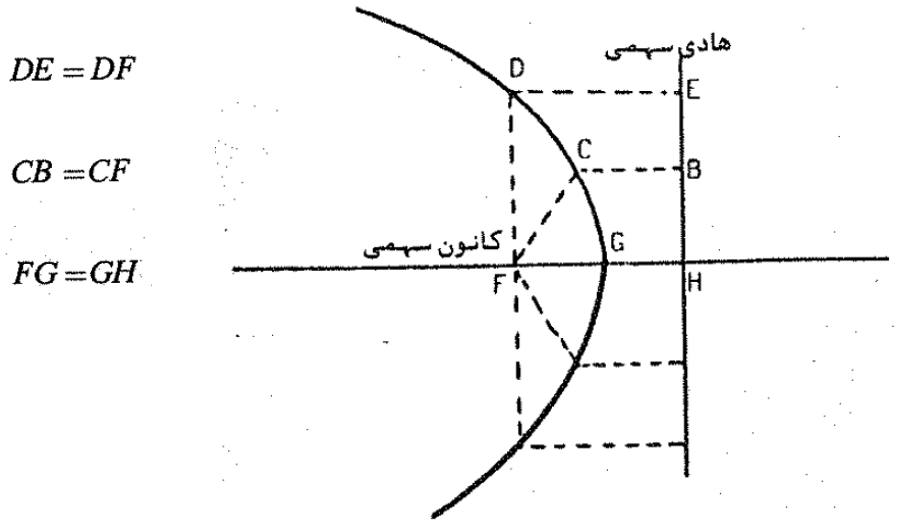


روش ترسیمی تعیین خط نشت

ترسیم خط جریان برای سدهای خاکی با زهکش تحتانی

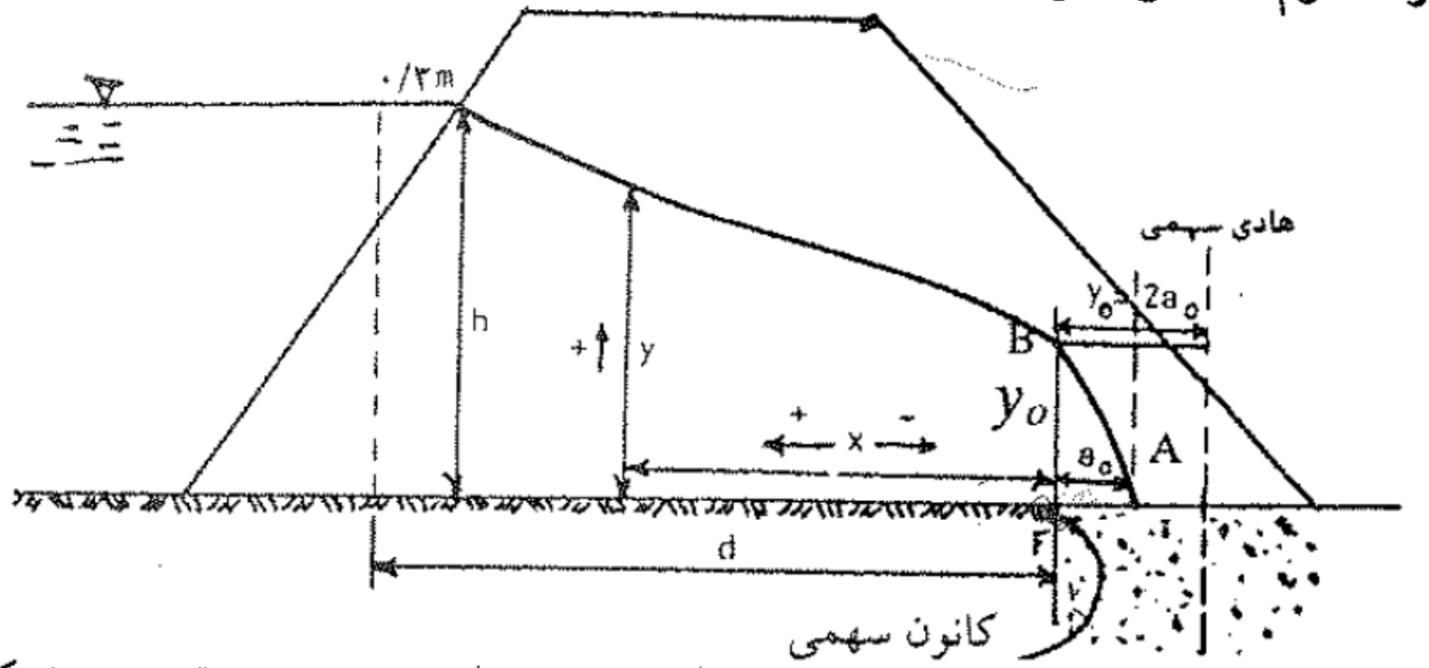
ترسیم اولین خط جریان در چنین حالاتی برای اولین بار توسط Kozeny در سال ۱۹۳۳ بررسی شد. دانشمند نامبرده با استفاده از مدل‌های فیزیکی و ریاضی، پایداری سدهای خاکی در چنین حالتی را بررسی کرد. در حالت اخیر نیز شکل سهمی به‌عنوان شکل اساسی برای اولین خط جریان در نظر گرفته شد. جهت یادآوری قبل از شروع بحث مشخصات یک‌سهمی بررسی می‌شود.

سهمی، نوعی منحنی است که فاصلهٔ همهٔ نقاط آن از نقطهٔ ثابتی به نام کانون و خط ثابتی به نام هادی سهمی یکسان است. به عبارت دیگر، سهمی مکان هندسی نقاطی است که دارای فاصلهٔ مساوی نسبت به یک نقطهٔ ثابت و یک خط ثابت‌اند (شکل ۴-۱۶).



معادلهٔ کلی یک‌سهمی به‌صورت عمومی $x = Cy^2$ می‌باشد که در آن C مقداری ثابت است. کاساگرانده شکل عمومی سهمی را برای اولین خط جریان در داخل سدهای خاکی با زهکش تحتانی در نظر گرفته و مشخصات این خط جریان را از روی مشخصات سد تعیین کرد. باید توجه داشت که در این حالت به‌علت وجود زهکش تحتانی اولین خط جریان بدنهٔ سد در پایین‌دست را قطع نمی‌کند و به طرف زهکش کشیده می‌شود،

در این حالت تجربه نشان می‌دهد که شکل سهمی را می‌توان طوری بر اولین خط جریان منطبق کرد که کانون سهمی در نقطهٔ F محل شروع زهکش تحتانی قرارگیرد. در این صورت سایر فواصل و مشخصات مطابق شکل ۴-۲۰ خواهد بود. در این مورد پارامترهای معین عبارتند از: فاصلهٔ "d" و ارتفاع آب در پشت سد "h". سایر پارامترها، یعنی "y_o" و نیز مختصات x و y هر نقطه از منحنی باید بر حسب این دو پارامتر معلوم، تعیین شود.



تعیین خط نشت در صورت وجود زهکش افقی

معادلهٔ عمومی سهمی می‌توان نوشت : $x + a_o = Cy^2$

اما در نقطهٔ B مختصات برابر $y = y_o$ و $x = 0$ است، از طرف دیگر، بنابر تعریف سهمی $y_o = 2a_o$ می‌باشد. پس معادلهٔ ۴-۵۹ به‌صورت زیر درمی‌آید :

$$0 + a_o = Cy_o^2$$

$$C = \frac{a_o}{y_o^2} = \frac{a_o}{2a_o y_o} = \frac{1}{2y_o}$$

چنانچه مقدار C در معادلهٔ قرار گیرد

$$x + \frac{y_o}{2} = \frac{y^2}{2y_o}$$

$$x = \frac{y^2 - y_o^2}{2y_o}$$

$$x = \frac{y^2 - y_o^2}{2y_o}$$

رابطهٔ ۴-۶۱ معادلهٔ کلی اولین خط جریان در این حالت است که مقادیر x و y را برای هر نقطه و بر حسب y_o به‌دست می‌دهد. اما مقدار y_o در این مرحله مجهول است و باید بر حسب سایر پارامترهای معلوم تعیین شود. با توجه به شکل، وقتی $x = d$ باشد، $y = h$ خواهد بود بنابراین چنانچه مقادیر x و y در رابطهٔ ۴-۶۱ قرار داده شود، می‌توان نوشت :

$$d + \frac{y_o}{2} = \frac{h^2}{2y_o}$$

چنانچه معادلهٔ درجهٔ دوم اخیر بر حسب y_o حل شود :

$$y_o = -d \pm \sqrt{d^2 + h^2}$$

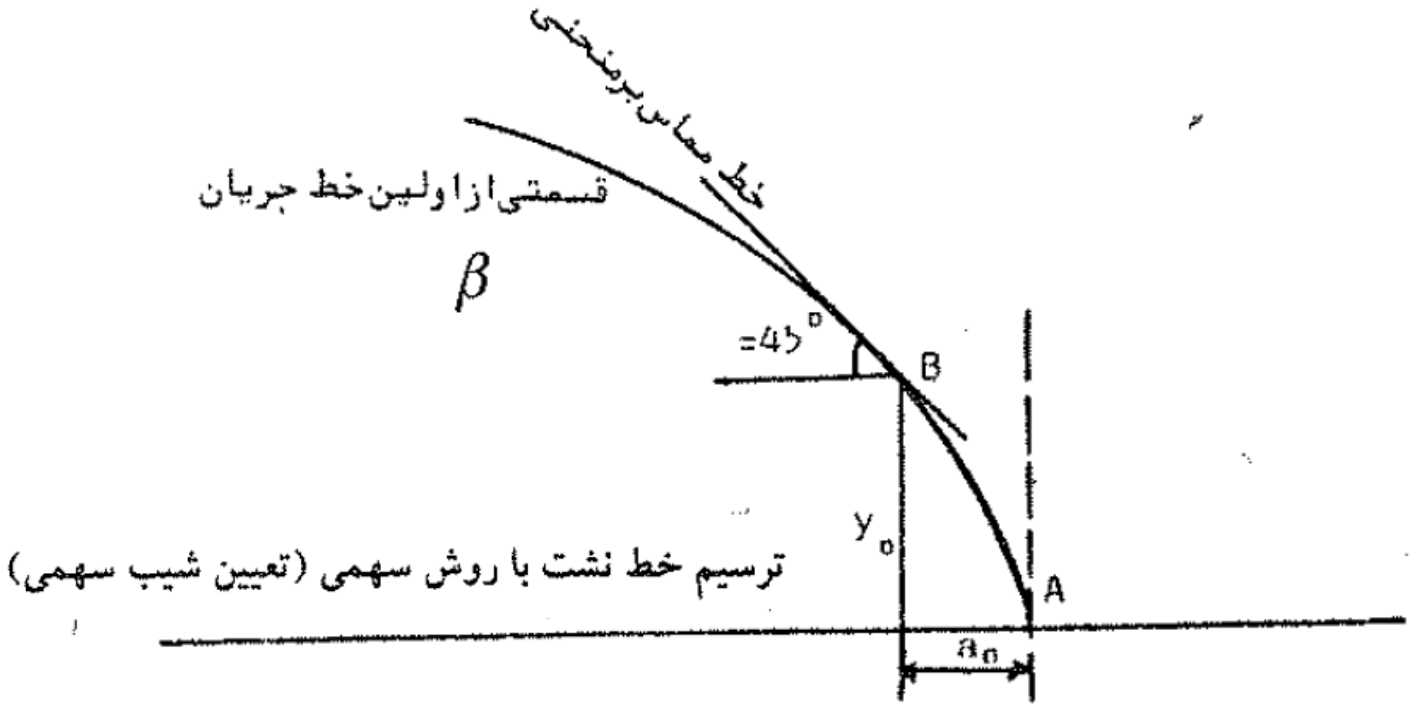
معادلهٔ اخیر شبیه معادلهٔ مربوط به تعیین a در حالت دیواره‌های خاکی با بدنهٔ قائم در پایین‌دست است. با تعیین y_o و در نتیجه $a_o = \frac{y_o}{۲}$، دو نقطه از سهمی به‌دست می‌آید (نقاط A و B). از طرف دیگر، می‌توان شیب سهمی را در نقطهٔ B، وقتی‌که $y = y_o$ است، تعیین کرد. زیرا با توجه به معادلهٔ ۴-۶۱ در هر نقطه‌ای از منحنی شیب برابر است با:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{y}{y_o}$$

در نقطهٔ B، $y = y_o$، پس:

$$\frac{dx}{dy} = \frac{y_o}{y_o} = ۱ = tang\ ۴۵^\circ$$

بنابراین $\beta = ۴۵^\circ$. ازاین‌رو شیب مماس بر منحنی (در حقیقت شیب منحنی) در نقطهٔ B معلوم و برابر با ۴۵ درجه است. پس با در دست داشتن نقاط A و B و شیب مماس بر منحنی در نقطهٔ B به‌راحتی می‌توان این قسمت از خط جریان را ترسیم کرد (شکل ۴-۲۱).



ترسیم خط نشت با روش سهمی (تعیین شیب سهمی)

سایر نقاط منحنی را نیز می‌توان با استفاده از روشی که در مورد ترسیم سهمی در قسمت ۴-۸ بحث شد، تعیین و اولین خط جریان را رسم کرد. مراحل ترسیم به‌طور خلاصه به‌شرح زیر است (شکل ۴-۲۲):

۱- با در دست داشتن مقادیر h و d، مقادیر y_o و $a_o = \frac{y_o}{۲}$ را محاسبه کنید.

۲- از نقطهٔ D (نقطهٔ شروع زهکش تحتانی) خط قائم BD را به طول y_o رسم و نقطهٔ B را مشخص کنید.

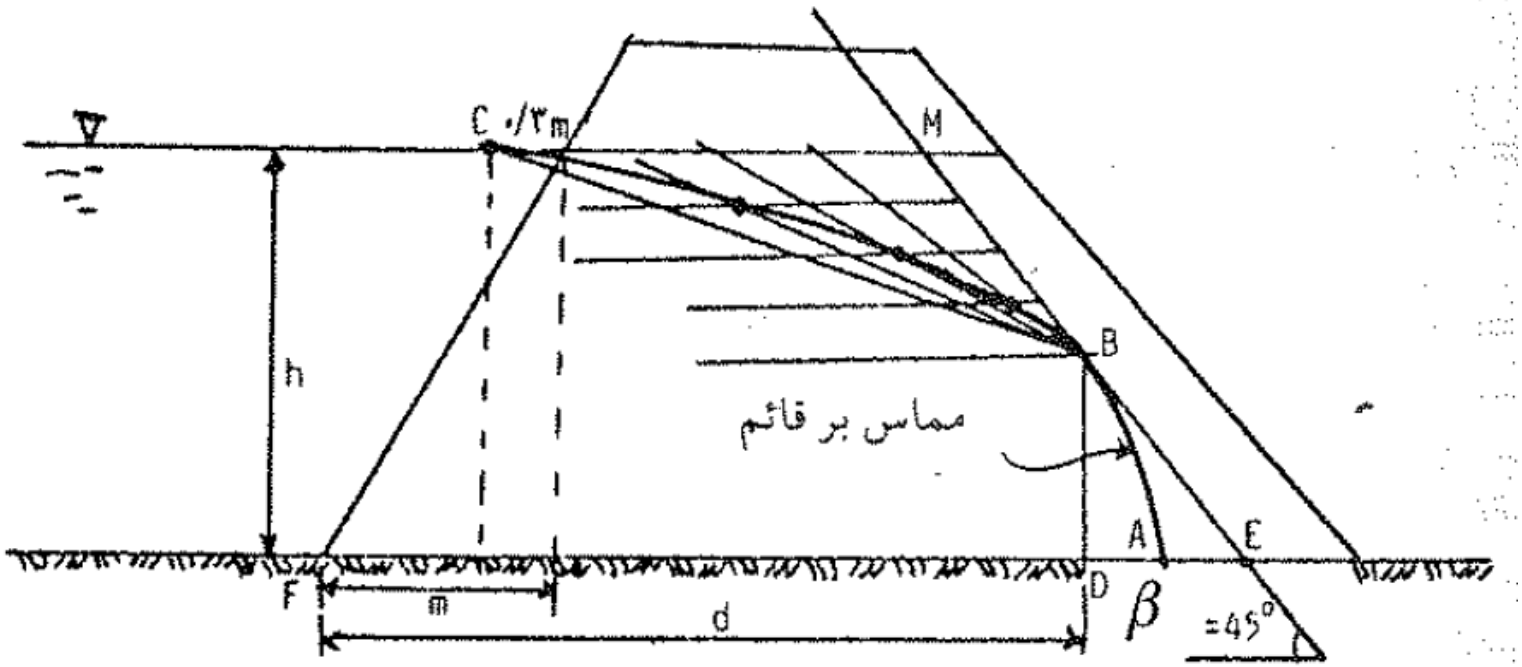
۳- در امتداد خط DF فاصلهٔ DA را به طول $a_o = \frac{y_o}{۲}$ جدا کرده و نقطهٔ A را مشخص کنید.

۴- از نقطهٔ B خط BE را با زاویهٔ $\beta = ۴۵^\circ$ نسبت به افق رسم نمایید.

۵- فواصل BM و MC را هرکدام به n قسمت مساوی تقسیم کنید.

۶- نقطهٔ B را به هر قسمت از تقسیمات خط MC متصل کرده و از نقاط تقسیم روی BM خطوطی افقی ترسیم نمایید.

۷- نقاط تقاطع دو سری خطوط فوق را به ترتیب تعیین و با اتصال آنها (با در نظر گرفتن نقاط A و B و خط مماس بر منحنی در نقطه B) منحنی اولین خط جریان را تکمیل کنید (شکل ۴-۲۲).



ترسیم خط نشت کامل با روش سهمی (زهکش افقی)