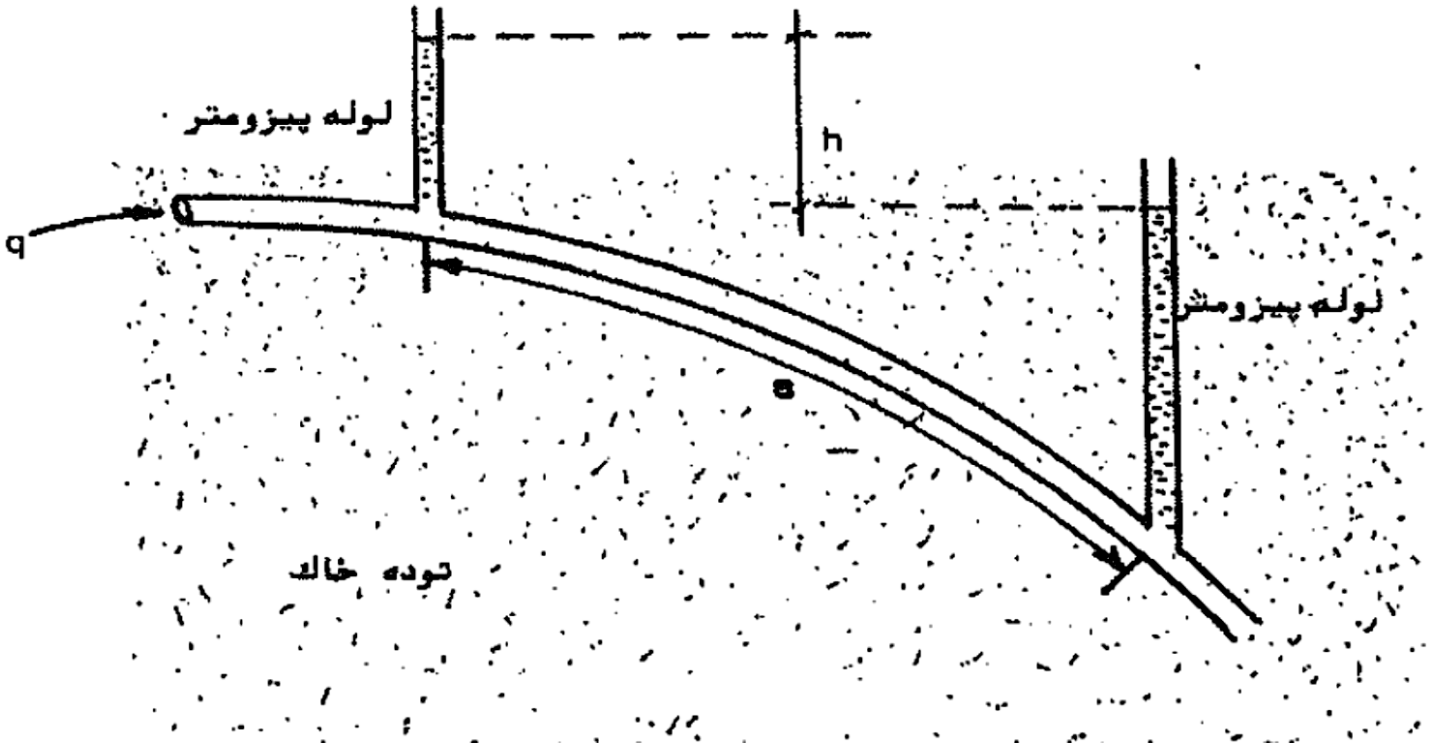
قوانین حاکم بر حرکت آب در خاک

همان‌طورکه در فصول گذشته اشاره شد، سد خاکی جسمی است متشکل از ذرات ناپیوستهٔ خاک در اندازه‌های مختلف که لازم است در مقابل جریان آب قرار گرفته و آن را ذخیره کند. با ذخیره شدن آب در پشت سد و افزایش سطح آن، انرژی پتانسیلی ذرات آب افزایش می‌یابد و با توجه به ماهیت متخلخل خاک، شروع به حرکت در آن می‌کند. در این فصل قوانین عمومی حاکم بر حرکت آب در خاک به‌طورکلی و در دو فصل بعد قوانین حاکم بر حرکت آب در بدنه و پی سدهای خاکی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

بنابر قوانین عمومی هیدرودینامیک، وقتی یک قطره آب به داخل خاک منتقل می‌شود، راحت‌ترین مسیر با حداقل اصطکاک را جهت طی کردن انتخاب می‌کند. این قطره آب در جهت گرادیان یا شیب ماکزیمم شروع به حرکت می‌کند و مسیر حرکت عمود بر جهت خطوط تراز است. در این حالت خطوط تراز خطوط هم‌پتانسیل می‌باشند، یعنی هر خط مکان هندسی نقاطی است که انرژی پتانسیلی آنها یکسان است.

قانون دارسی

این قانون به‌صورت کلی $q = k . i . A$ بیان می‌شود. برای درک بهتر این قانون، جریان آب در محیط متخلخل در مسیر یک خط جریان (مثلاً به‌صورت یک لوله) در نظر گرفته می‌شود (شکل ۳-۱).

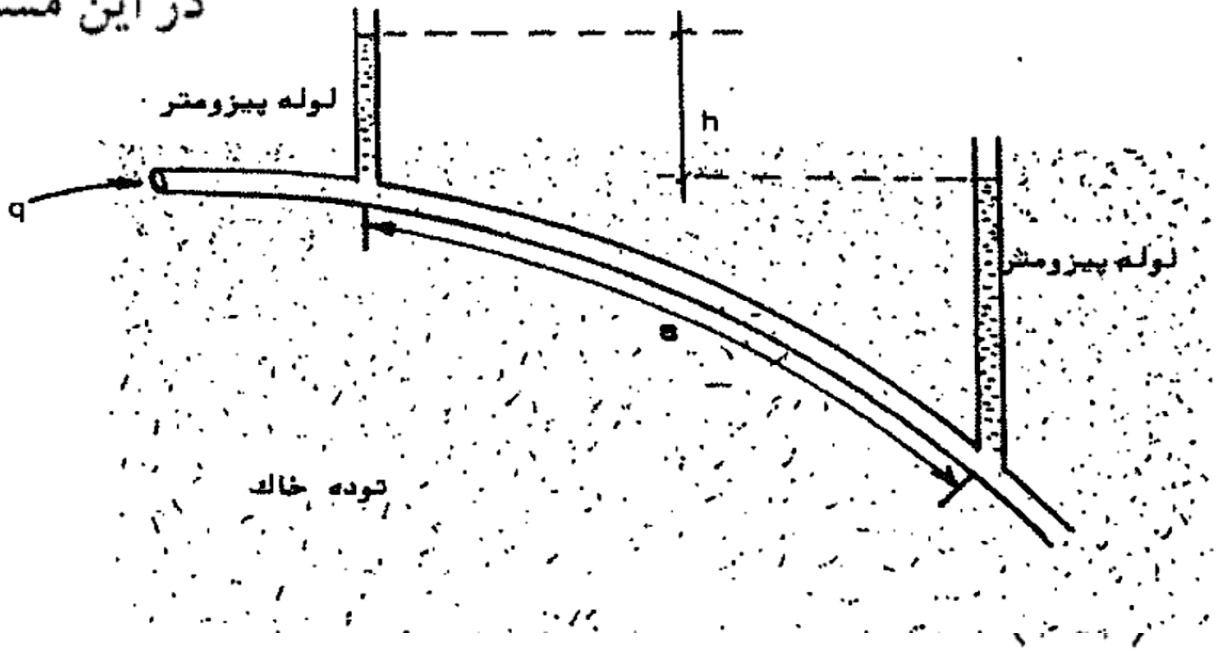


در این مسیر می‌توان نوشت: $i = \frac{h}{s}$

یا به‌طور دقیق‌تر: $i = \frac{dh}{ds}$

$$q = k.\frac{h}{s}.A$$

$$v = k.i = k.\frac{h}{s}$$



در رابطهٔ فوق ضریب k یا ضریب نفوذپذیری دارسی عبارت است

در روابط فوق، q بده جریان، v سرعت آن در محیط متخلخل خاک و A سطح مقطع جریان را نشان می‌دهد.

سرعت حقیقی حرکت آب در داخل خلل و فرج و مجاری خاک سرعت نشت [۳] نام دارد و با V_s نشان داده می‌شود. بین سرعت نشت و سرعت ظاهری بنابر روابط موجود در مکانیک خاک رابطهٔ زیر برقرار است:

$$V_s = V_d \times \frac{1+e}{e} = \frac{V_d}{n}$$

که در آن:

e = نسبت تخلخل خاک و

n = درجهٔ پوکی خاک است.

تعریف خطوط جریان و هم پتانسیل

بنابر تعریف، مسیر حرکت ذرات آب از یک نقطه به نقطهٔ دیگر خط نشت [1] نامیده می‌شود وخط جریان[2] یک خط نشت فرضی است که مسیر آب را در یک محیط متخلخل یکنواخت همگن و هم‌روند [3] نشان می‌دهد.

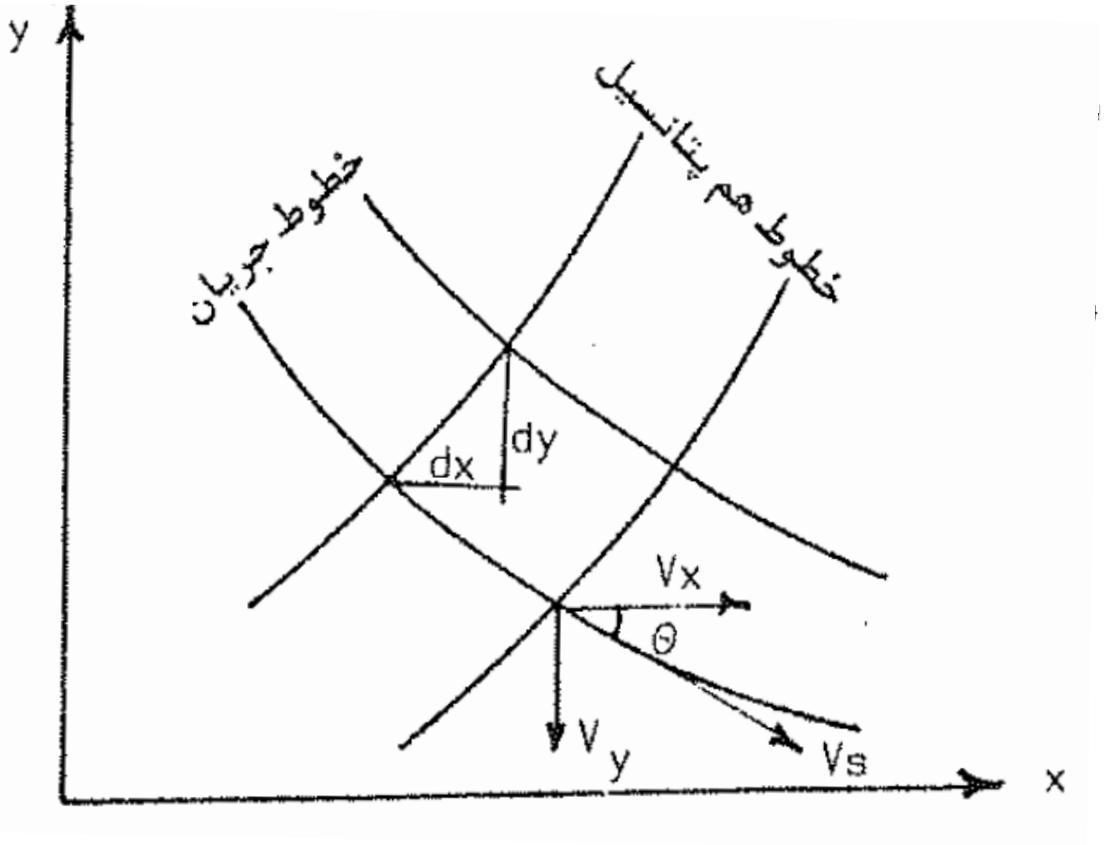
خط هم‌پتانسیل [4] عبارت است از مکان هندسی نقاطی از محیط متخلخل که دارای انرژی پتانسیلی یکسانی هستند. این خط گاه خط هم‌فشار پیزومتریک [5] نیز نامیده می‌شود.

شیب خطوط جریان و هم‌پتانسیل

چنانچه خطوط جریان و هم‌پتانسیل در یک سیستم محورهای مختصات دوبعدی در نظر گرفته شوند (شکل ۳-۳)، روابط زیر بین مؤلفه‌های سرعت روی یک خط جریان برقرار است:

$$V_x = V_s . cos\ \theta$$

$$V_y = V_s . sin\ \theta$$



از طرف دیگر، بنابر قانون دارسی رابطهٔ بین سرعت، شیب آبی و نفوذپذیری را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$V_s = k_s \,.\, i_s$$

$$\left.\begin{aligned} V_x &= k_x \,.\, i_x \\ V_y &= k_y \,.\, i_y \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{V_y}{V_x} = \tan\theta = \frac{k_y \,.\, i_y}{k_x \,.\, i_x} = \frac{k_y \,.\, \frac{\partial h}{\partial y}}{k_x \,.\, \frac{\partial h}{\partial x}}$$

اگر محیط متخلخل هم‌روند، یعنی $k_y = k_x$ باشد:

$$\frac{V_y}{V_x} = \frac{\frac{\partial h}{\partial y}}{\frac{\partial h}{\partial x}}$$

به همین طریق می‌توان شیب خط هم‌پتانسیل را نیز محاسبه کرد. بنابر تعریف، تغییرات پتانسیل روی یک خط هم‌پتانسیل صفر است، پس:

$$\frac{\partial h}{\partial s} = \frac{\partial h}{\partial x}.dx + \frac{\partial h}{\partial y}.dy = o$$

$$\text{شیب خط هم‌پتانسیل} \quad \frac{dy}{dx} = -\frac{\frac{ah}{ax}}{\frac{ah}{ay}}$$

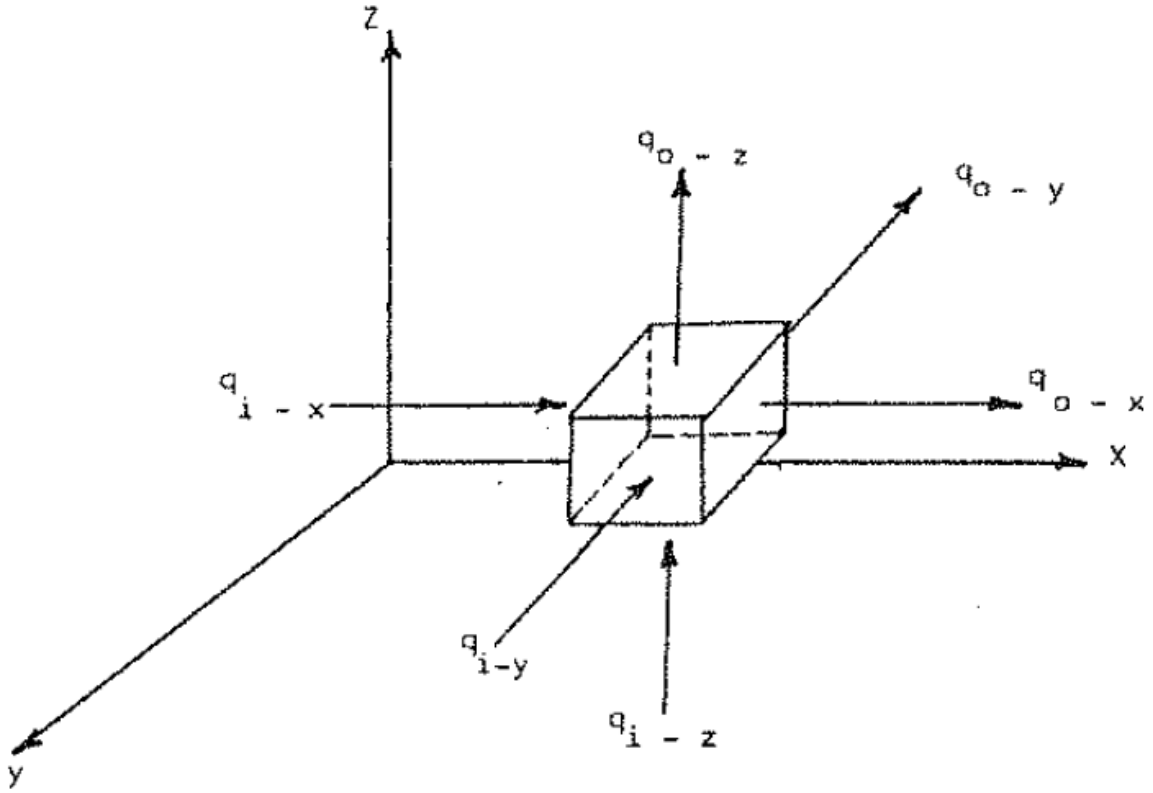
چنانکه ملاحظه می‌شود، شیب خطوط جریان و هم‌پتانسیل از نظر مقدار معکوس و از نظر علامت مخالف یکدیگرند، یعنی می‌توان نوشت:

$$\text{شیب خط جریان} = \frac{-1}{\text{شیب خط هم پتانسیل}}$$

ازاین‌رو بنابر قوانین ریاضی در یک محیط متخلخل همگن و هم‌روند این دو خط عمود بر یکدیگر قرار خواهند گرفت. البته واضح است که در محیط ناهمگن یا ناهم‌روند این وضعیت صادق نخواهد بود.

معادلهٔ لاپلاس Laplace Equation

برای تعیین معادلهٔ حرکت آب در خاک، جزء کوچکی از محیط متخلخل به ابعاد d_x , d_y و d_z مطابق شکل زیر در یک سیستم محورهای مختصات سه‌بعدی در نظر گرفته شده و حرکت آب در این جزء کوچک تحت شیب آبی معین بررسی می‌گردد.



شکل ۳-۴- حرکت آب در یک جزء کوچک محیط متخلخل در شرایط سه‌بعدی

مقدار جریان‌های ورودی و خروجی به داخل یا خارج این جزء، به ترتیب با علائم q_i و q_o فرض می‌شوند. همچنین فرض می‌شود که این جزء کوچک در داخل یک محیط متخلخل اشباع در زیر سطح آب قرار دارد و حالت پایدار [1] مطابق تعاریف هیدرولیکی برقرار است. در این صورت، باید مجموع جریان‌های ورودی و خروجی مساوی باشد. پس می‌توان نوشت:

$$\sum q_i = \sum q_o$$

$$q_{i\text{-}x} + q_{i\text{-}y} + q_{i\text{-}z} = q_{o\text{-}x} + q_{o\text{-}y} + q_{o\text{-}z}$$

بنابر قانون دارسی

$$q_{i\text{-}x} = k_x \,.\, i_x \,.\, A_x$$

$$q_{i\text{-}x} = k_x \,.\, \frac{\partial h}{\partial x} \,.\, dy \,.\, dz$$

به‌طور مشابه

$$q_{i\text{-}y} = k_y \cdot \frac{\partial h}{\partial y} \cdot dx \cdot dz$$

$$q_{i\text{-}z} = k_z \cdot \frac{\partial h}{\partial z} \cdot dx \cdot dy$$

مقدار جریان خروجی در هر جهت نیز بنابر قانون دارسی از روابط زیر قابل تعیین است:

$$q_{o\text{-}x} = k_x \cdot \left(i_x + \frac{\partial i_x}{\partial x} \cdot dx\right) \cdot A_x$$

$$q_{o\text{-}x} = k_x \left(\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \cdot dx\right) \cdot dy \cdot dz$$

$$q_{o\text{-}x} = k_x \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \cdot dy \cdot dz + k_x \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \cdot dx \cdot dy \cdot dz$$

و به‌طور مشابه می‌توان نوشت:

$$q_{o\text{-}y} = k_y \cdot \frac{\partial h}{\partial y} \cdot dx \cdot dz + k_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \cdot dx \cdot dy \cdot dz$$

$$q_{o\text{-}z} = k_z \cdot \frac{\partial h}{\partial z} \cdot dy \cdot dx + k_z \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \cdot dx \cdot dy \cdot dz$$

با قرار دادن روابط در رابطهٔ $\sum q_i = \sum q_o$

$$k_x \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_y \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + k_z \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = o \qquad (۱۸-۳)$$

معادلهٔ ۳-۱۸ شکل کلی معادلهٔ لاپلاس را در مورد جریان آب در یک محیط متخلخل و در حالت پایدار نشان می‌دهد. چنانچه محیط هم‌روند باشد، $k_x = k_y = k_z$ بنابراین معادلهٔ لاپلاس در چنین محیطی به‌صورت زیر خلاصه می‌شود:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = o$$

چنانچه محیط متخلخل در دو بعد در نظر گرفته شود، معادلهٔ لاپلاس در محیط‌های ناهم‌روند و هم‌روند به‌ترتیب به‌صورت زیر درخواهد آمد :

$$k_x \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + k_y \cdot \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = o$$

$$\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} = o$$

یا:

$$\nabla^2 h = o$$

معادلات اخیر متداول‌ترین شکل معادلهٔ لاپلاس را در مورد جریان آب در خاک نشان می‌دهند. حل ترسیمی این معادلات دو خانوادهٔ منحنی عمود بر هم را به‌دست می‌دهد که در مبحث حرکت آب در خاک شبکهٔ جریان [1] نامیده می‌شود.

شبکهٔ جریان

همان‌طور که قبلاً اشاره شد، حل ترسیمی معادلهٔ لاپلاس منجر می‌شود به دو خانوادهٔ منحنی عمود بر هم که در مورد حرکت آب در خاک، یک‌سری از این منحنی‌ها خطوط جریان و سری دوم خطوط هم‌پتانسیل نامیده می‌شوند. مجرای بین دو خط جریان مجاور در اصطلاح مجرا یا کانال جریان [1] خوانده می‌شود. بر اساس مشخصات عمومی معادلهٔ لاپلاس، یک شبکهٔ جریان باید دارای شرایط اساسی زیر باشد :

- خطوط جریان و هم‌پتانسیل یکدیگر را تحت زاویهٔ قائم قطع کنند.
- بلوک‌های حاصل از تقاطع این دو سری منحنی مربع باشند (اضلاع مساوی) یا میانگین اضلاع مقابل آنها برابر باشد (اضلاع می‌توانند منحنی باشند).
- قوانین ویژهٔ انکسار خطوط جریان وهم‌پتانسیل (که در فصل‌های آینده مورد بحث قرار خواهد گرفت) در حین عبور جریان از خاکی با نفوذپذیری معین به خاک دیگری با نفوذپذیری متفاوت، رعایت شود.
- خطوط هم‌پتانسیل مجاور دارای مقدار افت پتانسیل مساوی باشند.
- مقدار جریان بین دو خط جریان مجاور مساوی باشد.
- مقدار جریان عبوری در سرتاسر مسیر ثابت باشد (تداوم یا پیوستگی جریان)، مگر آنکه در محلی یک جریان فرعی اضافه شده یا قسمتی از جریان توسط زهکش خارج شود.

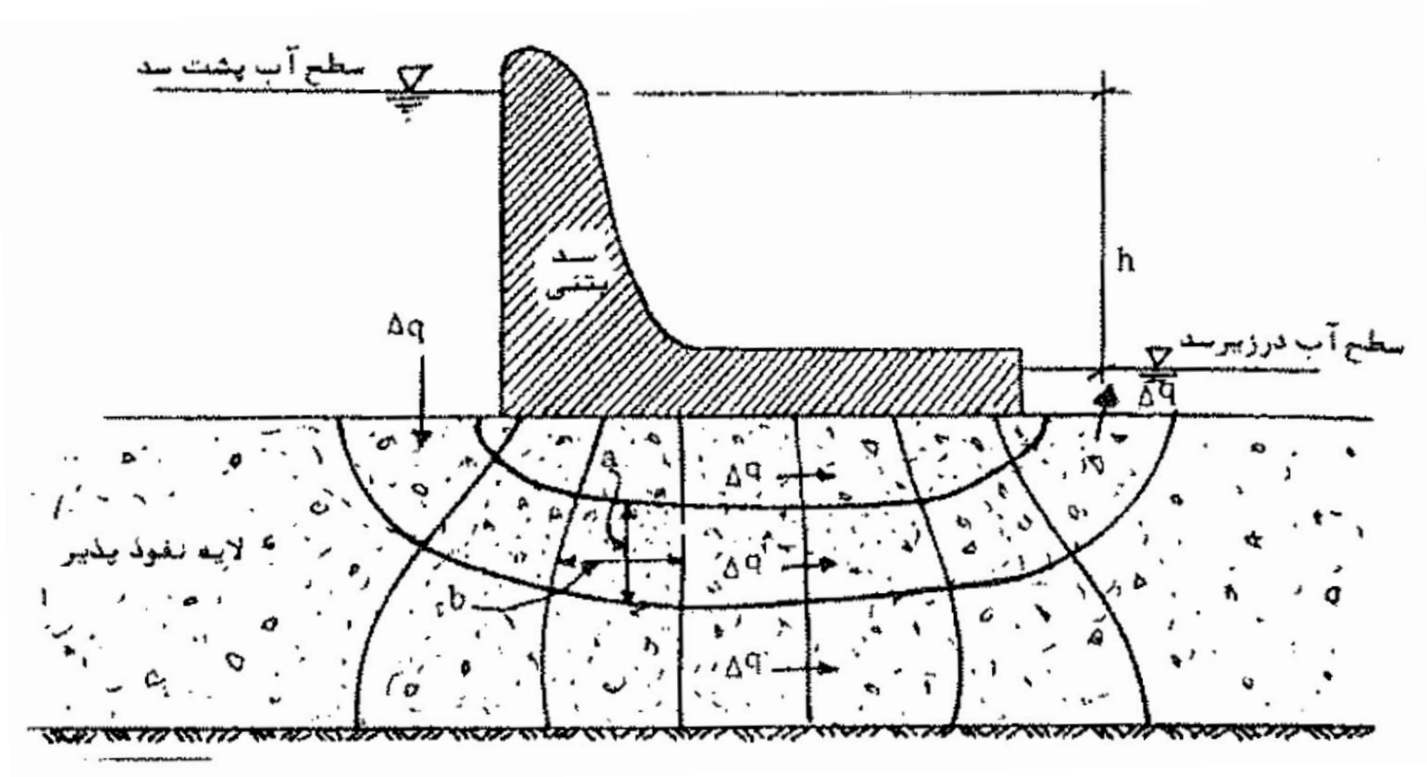
موارد استفاده از شبکهٔ جریان

شبکهٔ جریان برای حل بسیاری از مسائلی که در زمینهٔ جریان آب در محیط متخلخل به‌وجود می‌آید، مورد استفاده قرار می‌گیرد. مهمترین موارد استفاده از این شبکه را می‌توان به‌شرح زیر خلاصه کرد:

- محاسبهٔ مقدار جریان در محیط متخلخل
- محاسبهٔ فشار بالا بر [1] در زیر تأسیسات بتنی
- تعیین نقاط بحرانی در داخل محیط متخلخل که در معرض فرسایش قرار دارند (نقاط تجمع خطوط جریان)
- تعیین محل یا محل‌های مناسب برای تعبیهٔ سیستم فیلتر
- مشاهده و بررسی شکل کلی جریان

محاسبهٔ مقدار جریان عبوری از محیط متخلخل

برای محاسبهٔ مقدار جریان با استفاده از شبکه، فرض می‌شود شبکهٔ عبوری از زیر یک سد کوتاه بتنی مطابق شکل ۳-۸ رسم شده باشد. روش استفاده از شبکهٔ جریان برای محاسبهٔ مقدار جریان با استفاده از شکل مذکور مورد بحث قرار می‌گیرد.



با توجه به مشخصاتی که در قسمت‌های قبل در مورد شبکهٔ جریان ذکر شد و با در نظر گرفتن شکل ۳-۸، مشاهده می‌شود که پس از ترسیم کامل شبکهٔ جریان، محیط متخلخل به بلوک‌هایی تبدیل می‌شود که اضلاع آنها خطوط جریان و خطوط هم‌پتانسیل می‌باشند. چنانکه قبلاً نیز ذکر شد، مقدار جریان بین هر دو خط جریان مجاور باید مقداری ثابت باشد که معادل Δq فرض می‌شود. بنابر قانون دارسی این مقدار جریان برابر خواهد بود با :

$$\Delta q = k \,.\, i \,.\, A$$

چنانچه ابعاد یکی از بلوک‌ها a و b فرض شوند، برای یک واحد عرضی در طول سد می‌توان رابطهٔ زیر را نوشت:

$$\Delta q = k \,.\, i \,.\, a \times ۱$$

از طرف دیگر، شیب هیدرولیکی برابر است با:

$$i = \frac{\Delta h}{b}$$

که در آن Δh عبارت است از افت پتانسیل بین دو خط هم‌پتانسیل مجاور و بنابر تعریفی که قبلاً به‌عمل آمد، افت پتانسیل بین دو خط هم‌پتانسیل مجاور نیز مقدار ثابتی است. چنانچه تعداد کل افت‌های پتانسیل بین خطوط برابر n_e فرض شوند، می‌توان نوشت:

$$\Delta h = \frac{h}{n_e}$$

که در آن h برابر مقدار افت کلی پتانسیل است، بنابراین:

$$\Delta q = k \times \frac{h}{n_e} \times \frac{a}{b}$$

چنانچه تعداد مجاری جریان برابر با n_f فرض شود، مقدار کل جریان عبوری از زیر سد برابر است با:

$$q = n_f \cdot \Delta q$$

$$q = n_f \cdot \frac{h}{n_e} \cdot \frac{a}{b} \cdot k$$

$$q = k \cdot h \cdot \frac{n_f}{n_e} \cdot \frac{a}{b}$$

از طرف دیگر، بنابر تعریف شبکهٔ جریان، بلوک‌های حاصله در محیط متخلخل همگن و هم‌روند یا باید مربع باشند یا اینکه میانگین اضلاع مقابل آنها مساوی باشد، پس $a = b$، بنابراین:

$$q = k \,.\, h \,.\, \frac{n_f}{n_e}$$

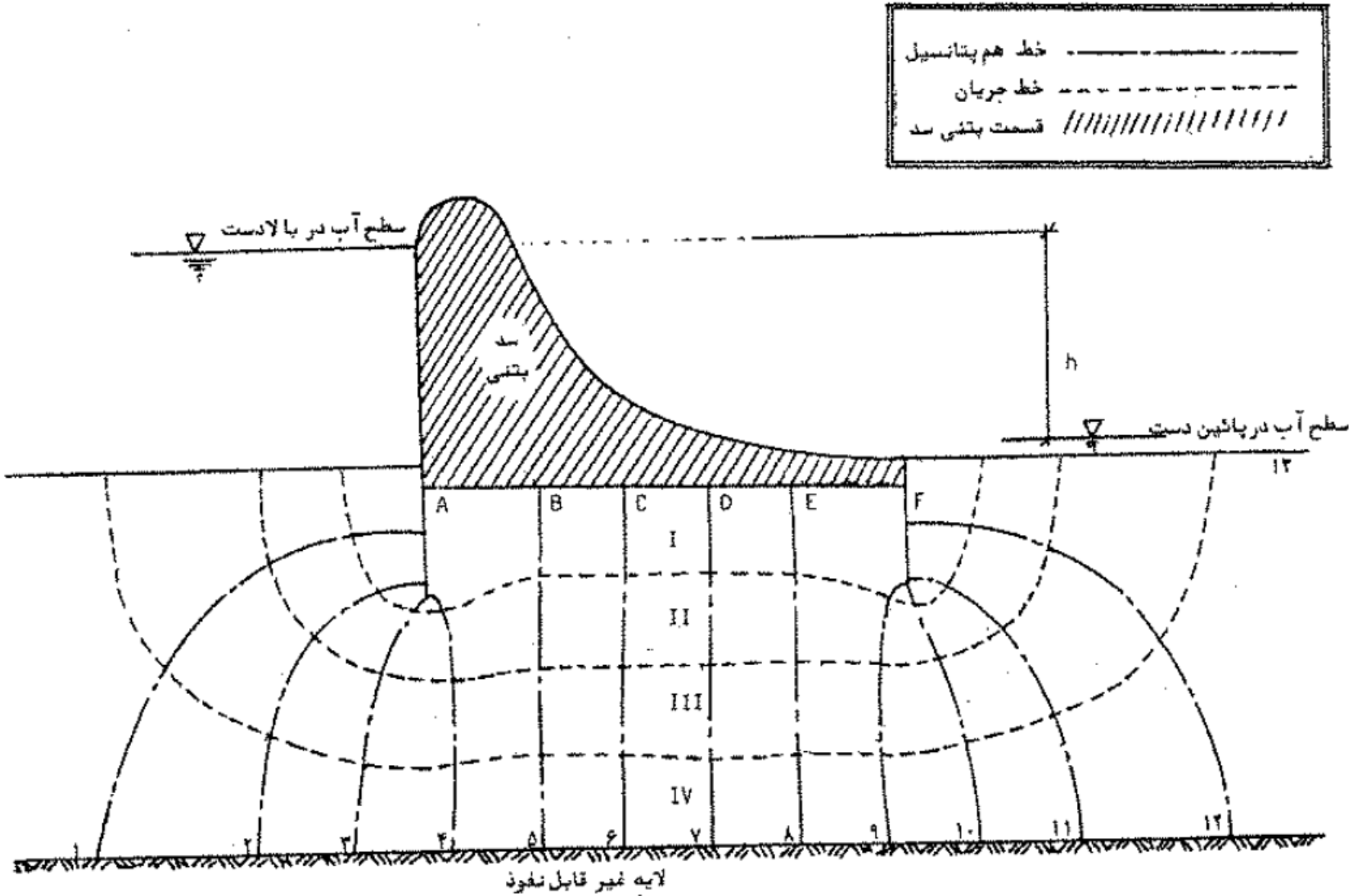
Shape Factor

نسبت $\frac{n_f}{n_e}$ در رابطهٔ ۳-۳۰ ضریب شکل [۱] نامیده شده و با علامت S_F نشان داده می‌شود. در این صورت مقدار کل جریان برابر خواهد بود با:

$$q = k \,.\, h \,.\, S_F$$

محاسبهٔ فشار بالابر

همان‌طور که قبلاً نیز ذکر شد، یکی از مزایای ترسیم شبکهٔ جریان تعیین مقدار و نحوهٔ توزیع فشار بالابر در زیر ساختمان‌های بتنی و غیرقابل‌نفوذ که در زیر سطح آب زیرزمینی واقع شده‌اند، است. اصولاً ذرات آب وقتی جریان می‌یابند که دارای انرژی باشند (عمدتاً انرژی پتانسیلی) و این انرژی در هر لحظه می‌تواند به اجسامی که مانع عبور آب شده‌اند (اجسام غیرقابل‌نفوذ)، مقداری فشار که معادل ارتفاع پیزومتریک در آن نقطه است، وارد کند. برای تعیین مقدار فشار بالابر و نحوهٔ توزیع آن لازم است در ابتدا شبکهٔ جریان آب در محیط متخلخل که در تماس با تأسیسات یا اجسام غیرقابل‌نفوذ است (مثل پایهٔ پل‌ها، سدهای بتنی و غیره) ترسیم شود و سپس با استفاده از شبکهٔ حاصله مقدار فشار بالابر بنابر روش زیر تعیین شود.

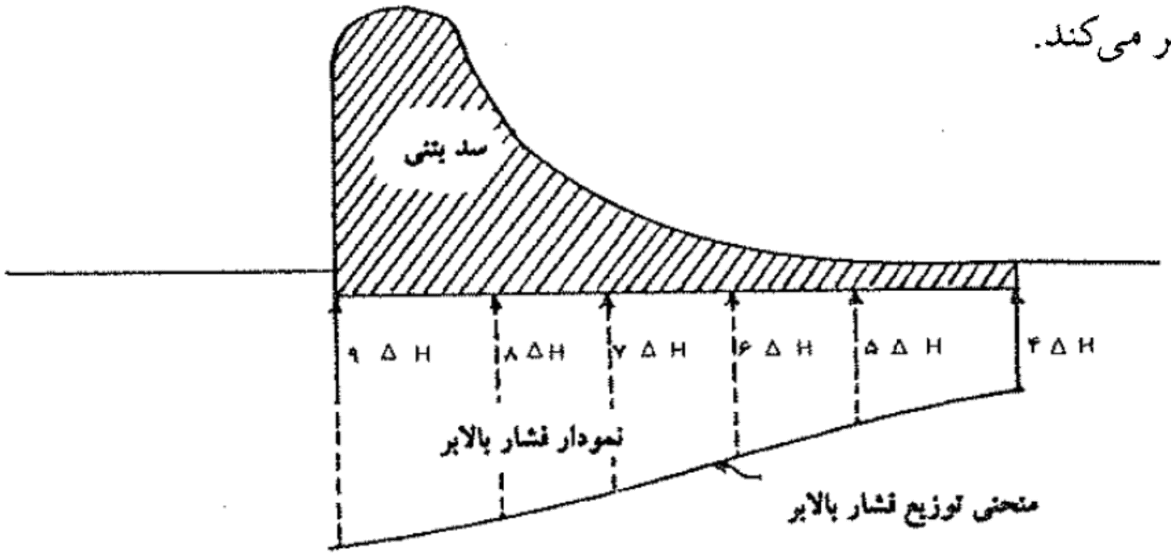


شبکهٔ جریان برای محاسبهٔ فشار بالابر

همان‌طور که در این شکل دیده می‌شود، تعداد خطوط هم‌پتانسیل ۱۴ و تعداد افت پتانسیل‌ها ۱۳ است. تعداد خطوط جریان ۵ و تعداد مجاری جریان نیز ۴ است. پس ضریب شکل برابر $S_F = \frac{۴}{۱۳}$ می‌باشد. چنانچه اختلاف ارتفاع آب در دو طرف سد h باشد، مقدار افت پتانسیل بین دو خط هم‌پتانسیل مجاور برابر است با:

$$\Delta H = \frac{h}{n_e} = \frac{h}{۱۳}$$

نقاط A, B, C, D, E و F در امتداد قاعدهٔ سد در نظر گرفته شده و مقدار فشار در هر نقطه تعیین می‌شود. از روی شبکهٔ جریان دیده می‌شود که در امتداد نقطهٔ A به‌علت وجود سپر حائل ۴ خط هم‌پتانسیل وجود دارد، بنابراین مقدار افت ایجادشده تقریباً برابر ΔH ۴ است. در امتداد نقاط B, C, D و E مقدار افت پتانسیل به ترتیب برابر ΔH ۵، ΔH ۶، ΔH ۷ و ΔH ۸ خواهد بود. در امتداد نقطهٔ F نیز به‌دلیل وجود سپر حائل تقریباً ۵ خط هم‌پتانسیل دیگر وجود دارد و مقدار انرژی به سطح آب در پایین‌دست سد کاهش خواهد یافت. بنابراین نمودار فشار بالابر در زیر بدنهٔ سد مطابق شکل ۳-۱۰ خواهد بود. پس از ترسیم نمودار توزیع فشار، می‌توان مقدار کل فشار را با محاسبهٔ سطح نمودار تعیین کرد. در هر مقطع نیز مقدار فشار به‌آسانی از روی این نمودار به‌دست خواهد آمد. همان‌طورکه در این شکل دیده می‌شود، فشار بالابر در زیر سد بتنی مفروض (از نقطهٔ A در سمت راست سپر پاشنه تا نقطهٔ F در سمت چپ سپر پنجه) از ΔH ۹ تا ΔH ۴ تغییر می‌کند.



نمودار توزیع فشار بالابر

تعیین سرعت جریان و نقاط بحرانی در محیط متخلخل

تجمع و پراکندگی خطوط جریان یا کمی و زیادی فاصلهٔ نسبی آنها از یکدیگر نشان‌دهندهٔ زیادی یا کمی سرعت جریان در یک نقطه یا منطقه‌ای از محیط متخلخل است. به عبارت دیگر، هر جا که خطوط جریان به یکدیگر نزدیک شده و بلوک‌های حاصله کوچکتر شوند، سرعت جریان در آن نقطه بیشتر است و بالعکس در هر جا که خطوط جریان از یکدیگر دور شوند و بلوک‌های حاصله در شبکهٔ جریان بزرگتر باشند، سرعت جریان کمتر خواهد بود. این اصل معیار بسیار مناسبی برای تشخیص نقاط بحرانی در محیط متخلخل (نقاطی که در اثر زیاد بودن سرعت جریان ممکن است در معرض فرسایش قرار گیرند) خواهد بود.