فصل هفتم

توزیع تنش در خاک

Stress Distribution in Soil Mass

ساخت پی سبب تغییراتی در تنش و معمولاً افزایش خالص تنش می‌شود. افزایش خالص تنش در خاک به میزان بار وارد بر واحد سطح پی، عمق مورد نظر در زیر پی جهت تخمین تنش و عوامل دیگر بستگی دارد. تخمین زدن افزایش خالص تنش قائم خاک در نتیجهٔ ساخت پی، از نظر محاسبهٔ نشست ضرورت دارد.

در این فصل

اصول تخمین زدن افزایش تنش قائم در خاک در اثر انواع مختلف بارگذاری بر اساس نظریهٔ الاستیسیته مورد بحث قرار می‌گیرد. اگرچه نهشت‌های طبیعی خاک در اکثر موارد مصالحی کاملاً الاستیک، همگشت (Isotropic) یا همگن نیستند، محاسبات تخمین افزایش تنش قائم برای کارهای عملی نتایج نسبتاً خوبی به دست می‌دهند.

روشهای تعیین توزیع تنش

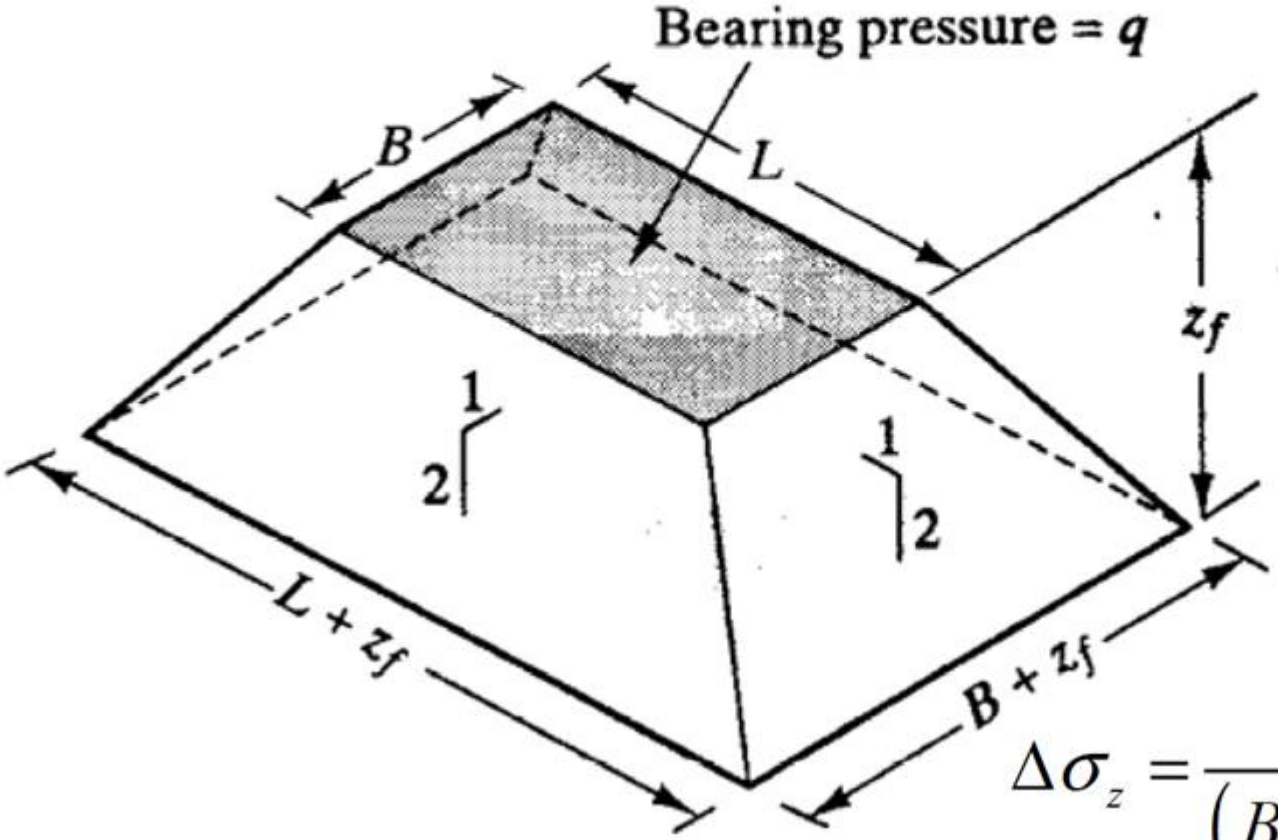
- روش تقریبی (انتخاب زاویه توزیع بار)

- روش تحلیلی با فرض رفتار خطی
  - روش بوزینسک
  - مدل سازی عددی با فرض رفتار خطی

- روش تحلیلی با فرض رفتار غیرخطی

روشهای تقریبی

روش ۱:۲ (تقریبا ۶۰ درجه)

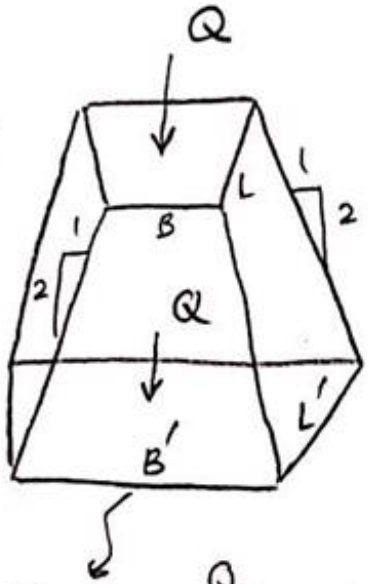


$$\Delta\sigma_z = \frac{qBL}{\left(B + z_f\right)\left(L + z_f\right)}$$

روش تجربی پخش بار :

باری روی سطح زمین وارد می شود . می خواهیم اوضاع تنش را در z متر پایین تر حساب کنیم . فرض می کنیم محیط اله متک است . پس بار Q در z متر پایین ترهم هست . اما آنچه در این فاصله تغییر می کند تنش است .

$I \leq 1$ ضریب پخش بار یا ضریب تأثیر تنش است .



$$\sigma = \frac{Q}{BL}$$

$$\Delta\sigma = I\sigma = \frac{Q}{B'L'}$$

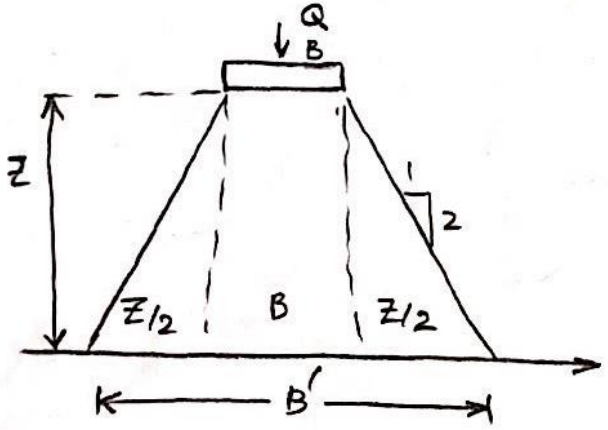
روی سطح زمین بار روی $B \times L$ پخش می شود اما z متر پایین تر در $B' \times L'$ پخش می شود .

$$Q = \sigma \cdot BL = \Delta\sigma \cdot B'L' \Rightarrow \Delta\sigma = \frac{BL}{B'L'}\sigma$$

$$= I\sigma$$

$$\Rightarrow I = \frac{BL}{B'L'}$$

در خاک‌های درشت دانه معمولاً پخش بار بصورت 2 به 1 فرض می‌شود و در خاک‌های ماسه‌ای بصورت 1 به 1 (متداول 2 به 1)



$$B' = B + 2.\frac{Z}{2} = B + Z$$

$$L' = L + 2.\frac{Z}{2} = L + Z$$

$$\Rightarrow I = \frac{BL}{B'L'} \rightarrow I = \frac{BL}{(B+Z)(L+Z)}$$

$$\Delta\sigma = I\sigma = \frac{BL}{(B+Z)(L+Z)} \times \sigma$$

I) if $Z = 0 \rightarrow I = 1$ (وقتی بار روی سطح زمین است تغییر تنش نداریم)

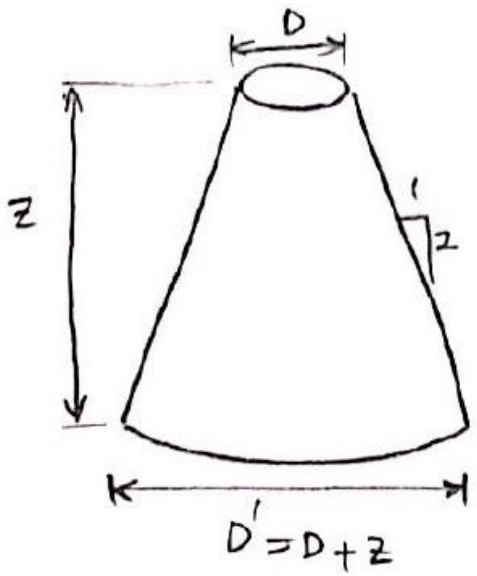
II) $Z \ll B$, $Z \ll L$ $\rightarrow I = 1$

مثلاً در یک زمین فوتبال بارگذاری می‌کنیم تنش در عمق دوتری :

$B = 45\,m$, $L = 90\,m$, $Z = 2m \Rightarrow I = 1\,m$

در شرایطی که ابعاد بارگذاری در مقایسه با عمق نقطه مورد مطالعه زیاد باشد عملاً می‌توان از استهلاک تنش صرفنظر کرد و $I \approx 1$ در نظر گرفت. بعبارت دیگر با افزایش سطح بارگذاری قدرت انتقال تنش‌ها به داخل اعماق زیاد شده و پس از رسیدن به اعماق بیشتری از لایه‌های خاک را تحت اثر تنش‌های خود قرار دهد و روند استهلاک تنش کم شود مانند خاکریزهای وسیع.

I) پی دایره‌ای



$$\sigma \times \frac{\pi D^2}{4} = \Delta\sigma \times \frac{\pi (D+z)^2}{4}$$

$$\Delta\sigma = \frac{D^2}{(D+z)^2}\sigma$$

$$\boxed{I = \frac{D^2}{(D+z)^2}}$$

II) پی نواری

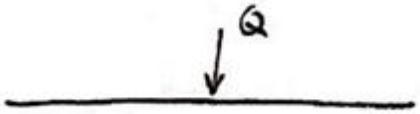
$$I = \frac{B \times L}{(B+z)(L+z)} = \frac{B \times L}{(B+z)L + (B+z)z}$$

$$L=\infty \rightarrow I = \lim_{L\to\infty} \frac{B \times L}{(B+z)L + (B+z)z} = \frac{B}{B+z} \Rightarrow \boxed{I = \frac{B}{B+z}}$$

از نظر تئوری در پی نواری لازم است هندسه، بارگذاری و جنس پی در طول قابل توجهی تکرار شود.

اغلب اگر $L \geq 5B$ ← نواری ولی احتیاطاً اگر $L \geq 10B$ ← نواری

III) بار نقطه‌ای

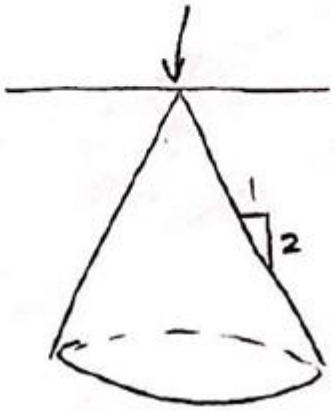


مثل بار دایره‌ای است وقتی $D=0$

$$I = \frac{D^2}{(D+z)^2} = 0$$

$$\Delta\sigma = I\sigma = 0 \times \frac{Q}{A=0} \rightarrow \Delta\sigma = I\sigma = 0 \times \infty =$$ عدد

← باید از روش انتگرالی استفاده کرد.

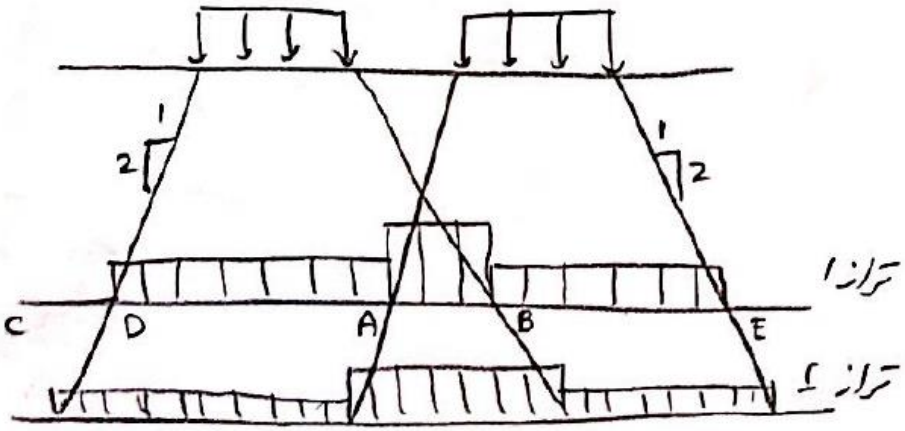


$$\frac{Q \times 4}{\pi \times z^2} \rightarrow \Delta\sigma = \frac{4Q}{\pi z^2}$$

$$\boxed{I = \frac{4}{\pi z^2}}$$

تداخل تنش

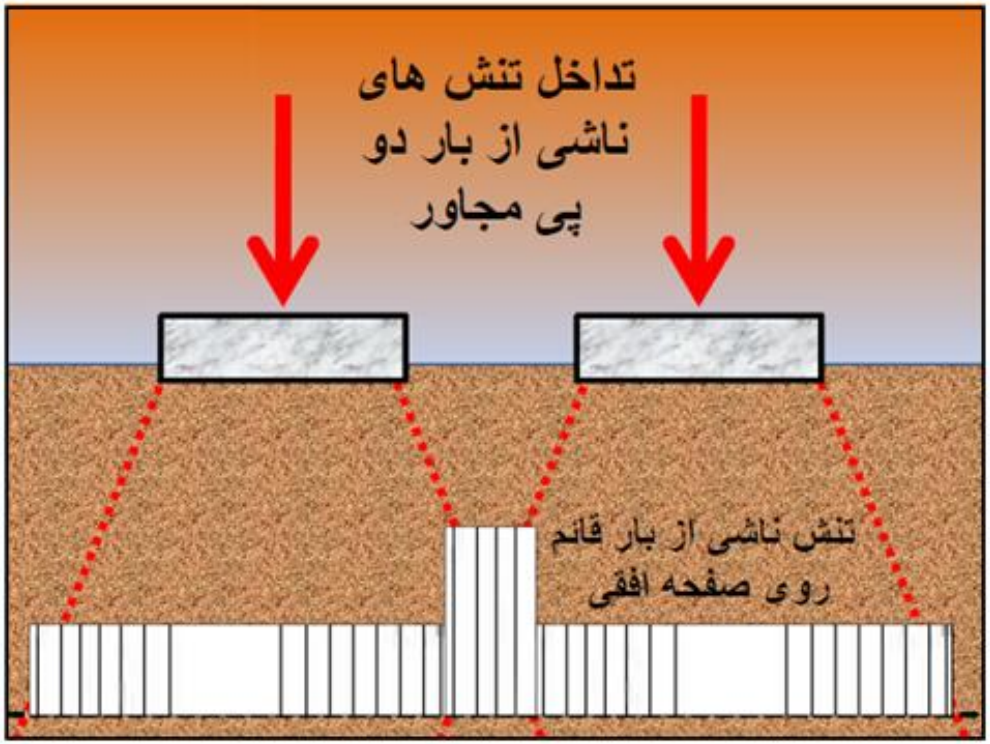
وقتی دو بارگذاری داریم که نزدیک هم هستند .



پایین تر آمدن :

✓ ۱- تنش کم می شود .

✓ ۲- ناحیه (تمرکز) اشتباط تنش که پهن تر می شود .



ترکیب :

C : $\Delta\sigma = 0$

CD : $\Delta\sigma = 0$

DA : $\Delta\sigma = \Delta q$

AB : $\Delta\sigma = \Delta q + \Delta q'$

BE : $\Delta\sigma = \Delta q'$

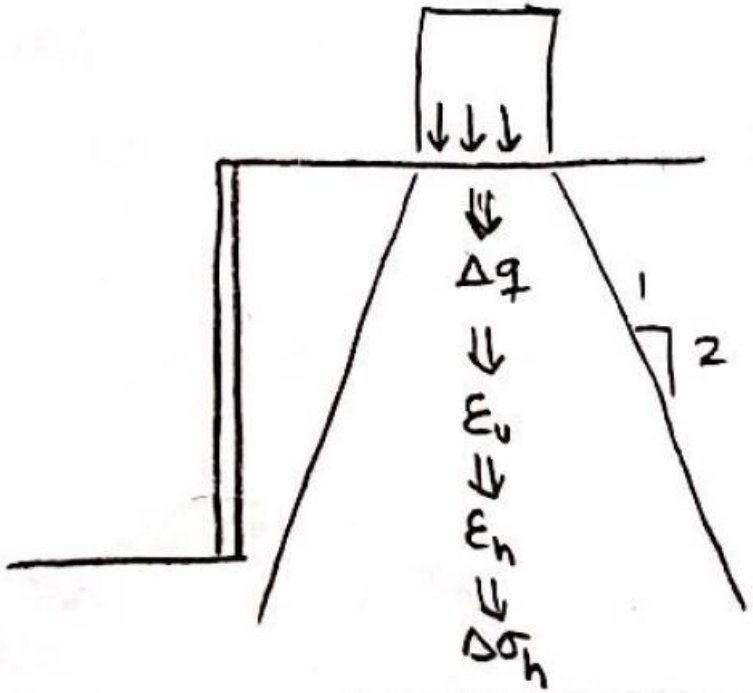
E : $\Delta\sigma = 0$

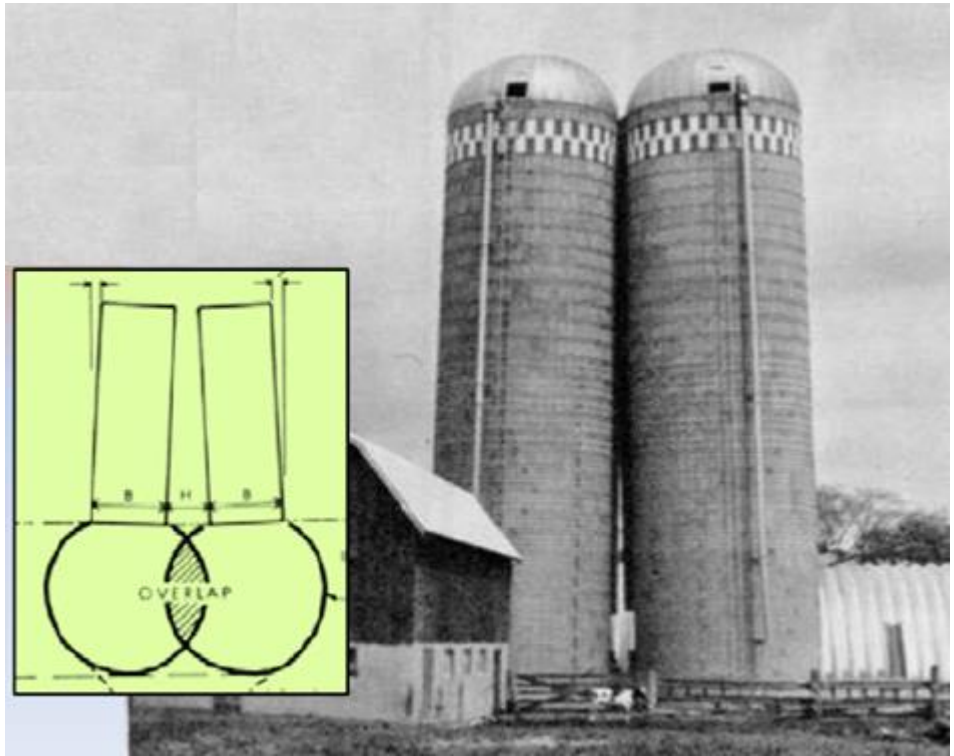
نتیجه ⇐ بخش بار 2 و 1 تمرکز تنش لرزه‌ای بار را برابر خودش آن‌ان نمی‌دهد و تداخل تنش‌ها را لحاظ نمی‌کند.

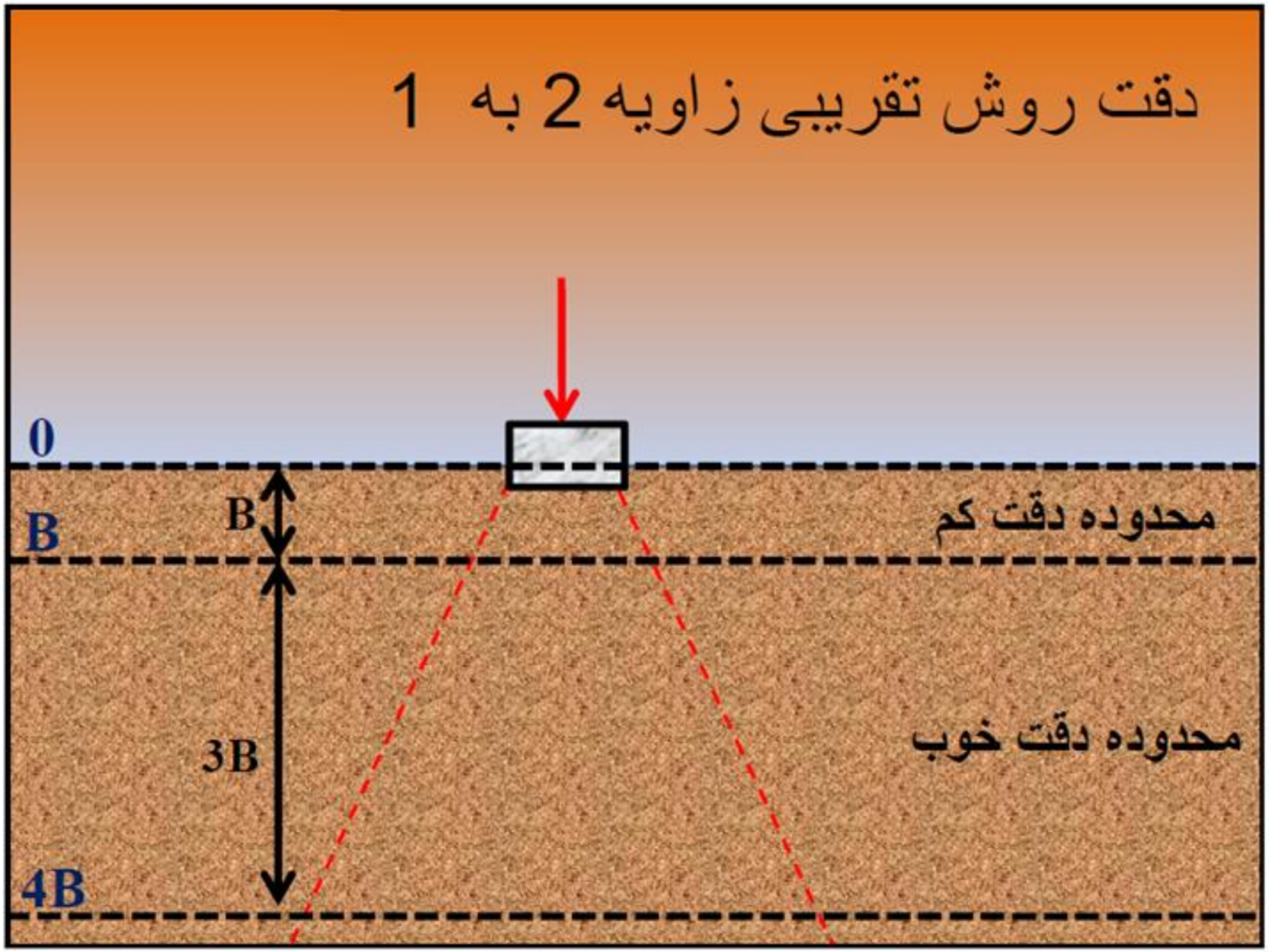
نکته ← مخازن آب یا سازه‌های سنگین اگر کنار هم ساخته شوند در وسط اجبار تمرکز تنش و احتمال تنش شده ممکن است به سمت هم کج شوند.

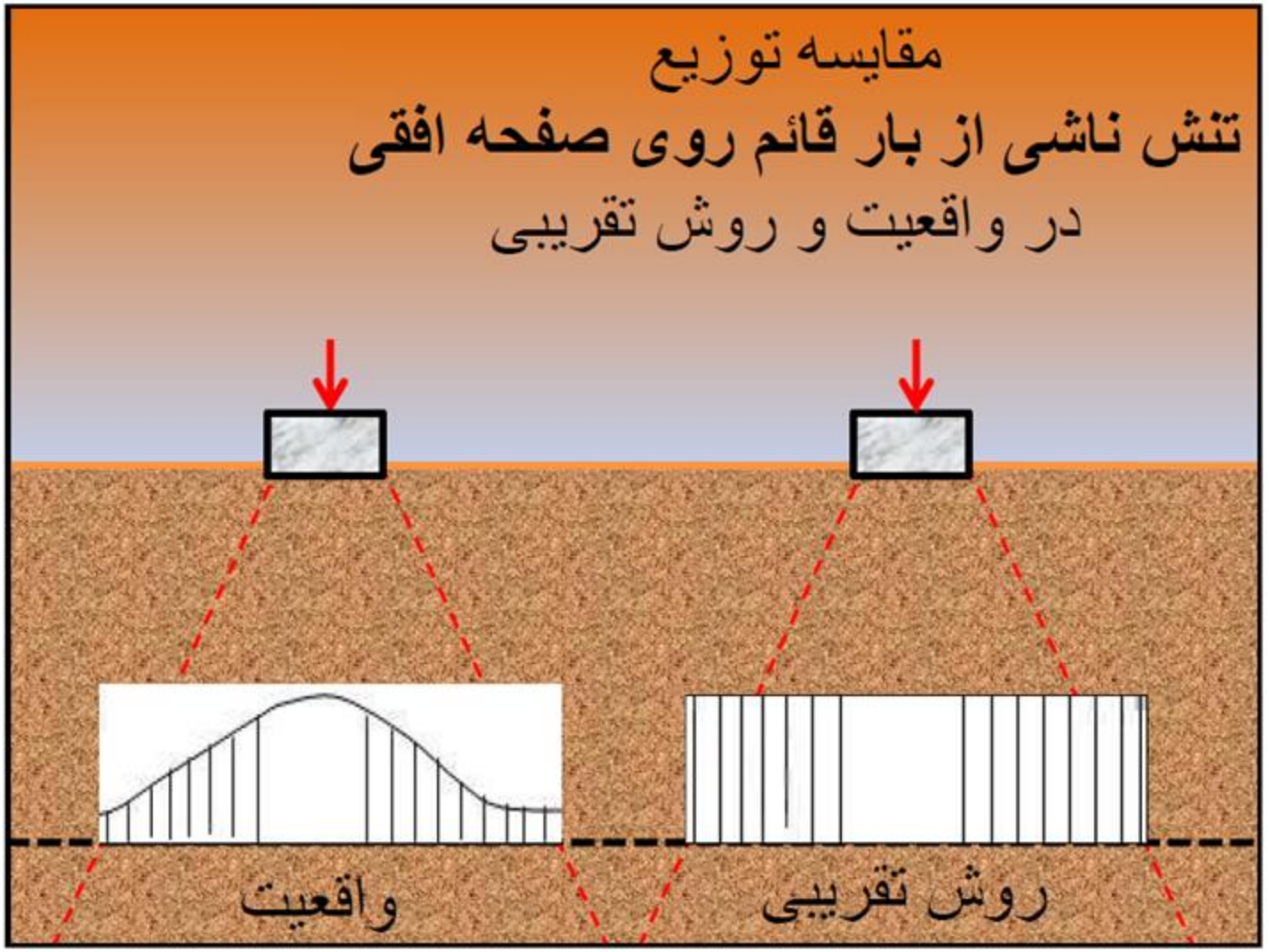
* هر تنش قائم یک کرنش قائم ایجاد می‌کند. هر کرنش قائم تحت اثر پواسن کرنش افقی ایجاد می‌کند و کرنش افقی منجر به تنش افقی خواهد شد (در عمق هم همینطور)

$$\sigma_v \rightarrow \varepsilon_v \rightarrow \varepsilon_h \rightarrow \sigma_h$$





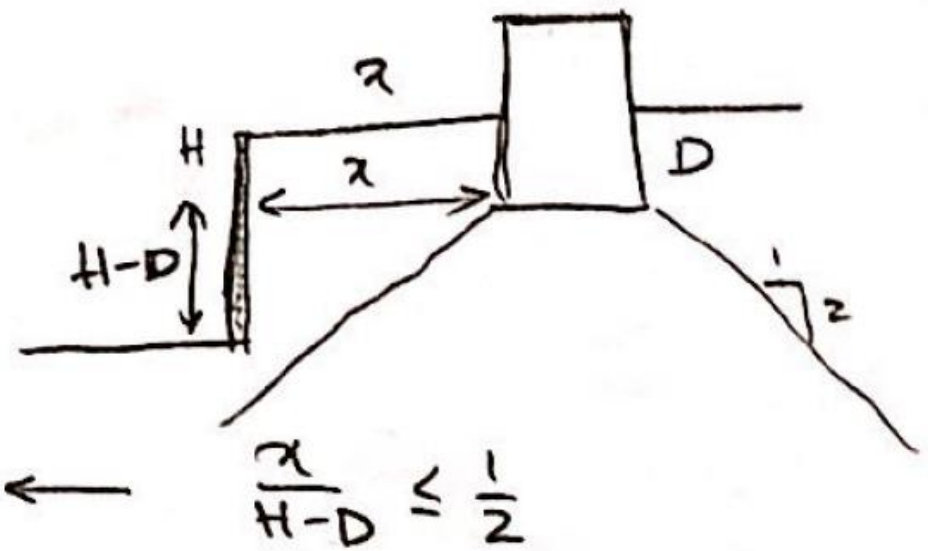

دقت روش تقریبی زاویه 2 به 1
0
B
B
محدوده دقت کم
3B
محدوده دقت خوب
4B


مقایسه توزیع
تنش ناشی از بار قائم روی صفحه افقی
در واقعیت و روش تقریبی
واقعیت
روش تقریبی

با توجه به پخش تنش 2 به 1 آیا دیوار از طرف ساختمان تحمیل می‌شود یا نه؟

طبق شکل با پخش تنش 2 به 1 ساختمان دیوار را تحمیل نمی‌کند چون دیوار در راستای مخروط تنش نیفتاده است.

یا در حالت زیر:

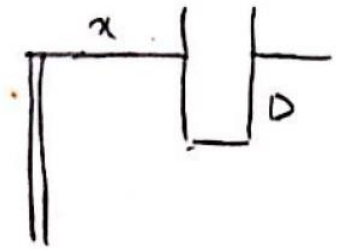


$$\frac{x}{H-D} \leq \frac{1}{2}$$

بنابراین $\boxed{x \leq \frac{H-D}{2}}$ دیوار کمتر تأثیر بار ساختمان خواهد بود.

فونداسیون شناور یا floting Foundation یعنی برای اجرای پی وزنه آنقدر خاک برمی‌داریم که با وزن انتهای جمع جبری صفر شود، ← تنش وارد بر خاک تقریباً صفر است.

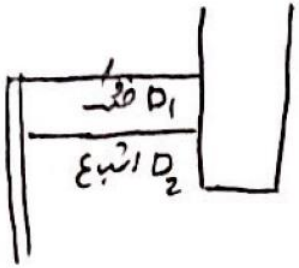
نتیجه‌گیری:



$$q_{net} = -\gamma D_f + \frac{Q}{A} \quad \rightsquigarrow \Delta\sigma_h \rightsquigarrow$$

عمق گیرداری: D_f

در حالتی که:



$$q_{net} = -(D_1\gamma + D_2\gamma') + \frac{Q}{A}$$

(چون خاک بر روی دانه‌ها عامل است نه خاک زیر آب)

تئوری بوزینسک تنش در توده خاک

با قرار گرفتن سربار بر روی خاک به مقدار تنش موجود در خاک افزوده می شود و هرچه در جهت افقی و قائم از محل اثر بار فاصله بگیریم، مشاهده می شود که از تاثیر سربار کاسته خواهد شد.

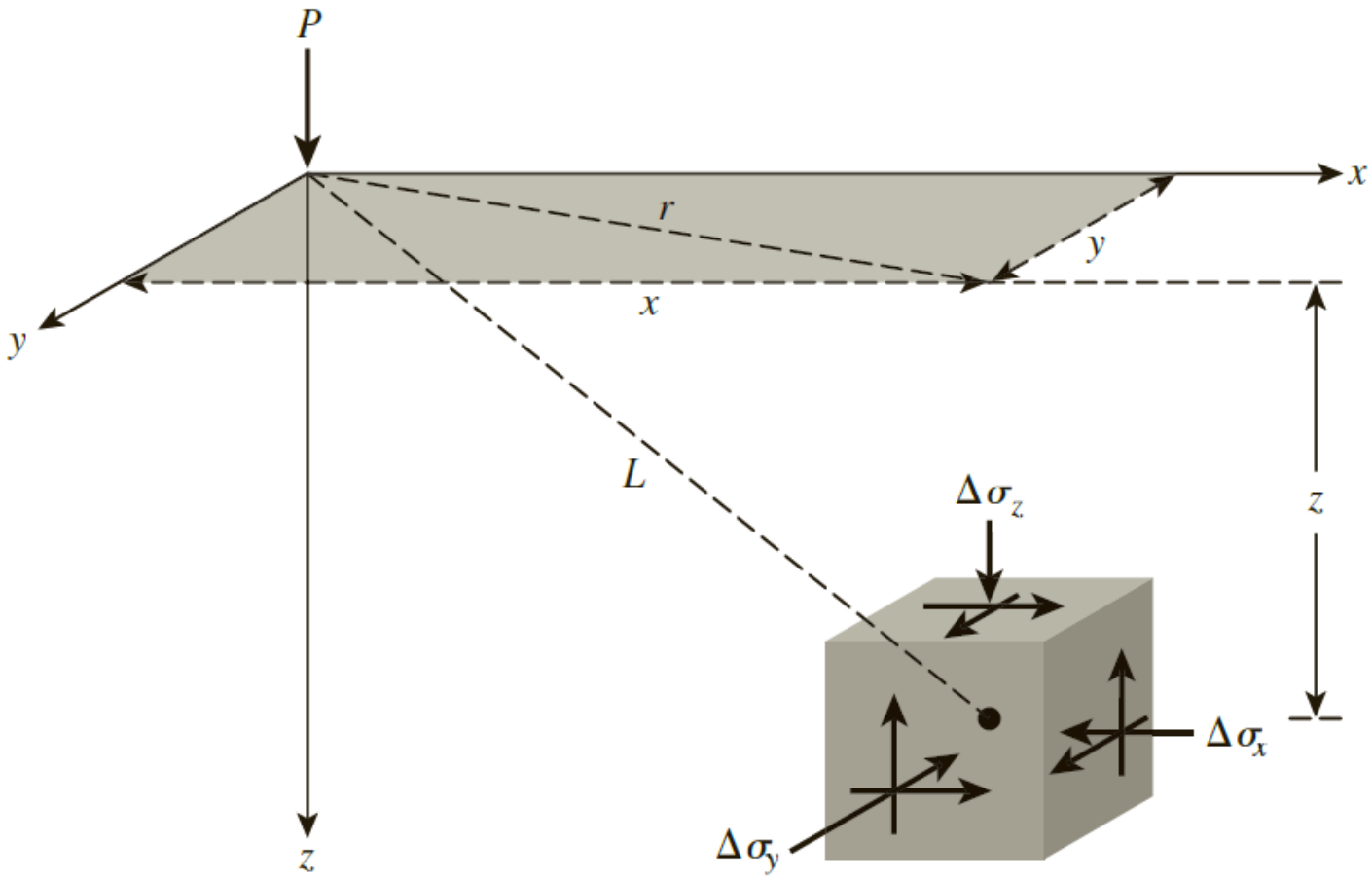
اثر سربار در حالت های مختلفی نظیر بار منفرد، بار خطی، بار نواری، بار گسترده، بر روی سطح دایره ای و بار گسترده بر روی سطح مستطیلی را می توان با استفاده از تئوری الاستیسیته مشخص نمود.

بوزینسک[1] برای حل های فوق و محاسبه تنش در توده خاک، فرضیات زیر را در نظر گرفت:

۱. خاک بدون وزن است
۲. تغییر حجم خاک قابل اغماض است.
۳. قبل از اعمال سربار، خاک تحت تنش دیگری قرار نداشته است.
۴. خاک الاستیک، همگن، نیمه بینهایت و ایزوتروپیک بوده و تابع قانون هوک می باشد.
۵. توزیع تنش نسبت به محور قائم تقارن دارد.
۶. تنش ممتد و پیوسته است.

بار نقطه ای

بوزینسک رابطه ای تحلیلی برای تخمین افزایش تنش در اثر اعمال بار نقطه ای **P** که در سطح یک محیط نیم بی نهایت اعمال می گردد ارائه نموده است. در شکل ۵-۱ افزایش تنش در نقطه **A** نشان داده شده است. مؤلفه های افزایش تنش را توسط روابط زیر می توان بدست آورد.



$$\Delta\sigma_x = \frac{P}{2\pi}\left\{\frac{3x^2z}{L^5} - (1-2\mu)\left[\frac{x^2-y^2}{Lr^2(L+z)} + \frac{y^2z}{L^3r^2}\right]\right\}$$

$$\Delta\sigma_y = \frac{P}{2\pi}\left\{\frac{3y^2z}{L^5} - (1-2\mu)\left[\frac{y^2-x^2}{Lr^2(L+z)} + \frac{x^2z}{L^3r^2}\right]\right\}$$

$$\Delta\sigma_z = \frac{3P}{2\pi}\frac{z^3}{L^5} = \frac{3P}{2\pi}\frac{z^3}{(r^2+z^2)^{5/2}}$$

$r = \sqrt{x^2+y^2}$

$L = \sqrt{x^2+y^2+z^2} = \sqrt{r^2+z^2}$

μ = Poisson's ratio

$$\Delta\sigma_z = \frac{P}{z^2}\left\{\frac{3}{2\pi}\frac{1}{[(r/z)^2+1]^{5/2}}\right\} = \frac{P}{z^2}I_1$$

$$I_1 = \frac{3}{2\pi}\frac{1}{[(r/z)^2+1]^{5/2}}$$

در این رابطه I ، **ضریب تاثیر بار نام دارد**. مقدار I را می توان بر حسب نسبت های مختلف r/z از جدول زیر بدست آورد.

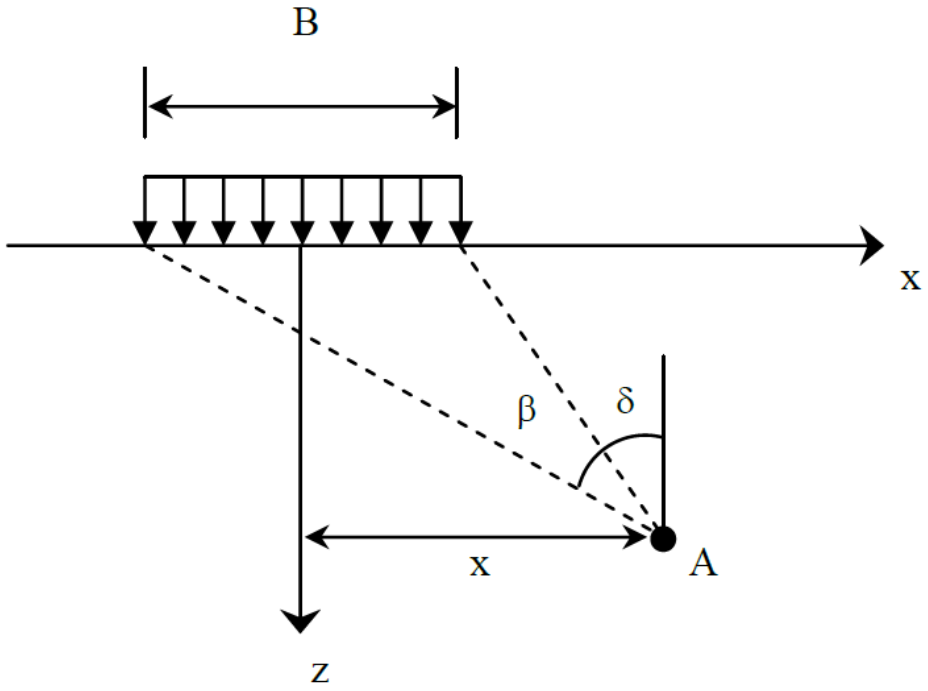
r / z	I	r / z	I
0	0.4775	0.9	0.1083
0.1	0.4657	1.0	0.0844
0.2	0.4329	1.5	0.0251
0.3	0.3849	1.75	0.0144
0.4	0.3295	2.0	0.0085
0.5	0.2733	2.5	0.0034
0.6	0.2214	3.0	0.0015
0.7	0.1762	4.0	0.0004
0.8	0.386	5.0	0.00014

نکته: اگر اضافه تنش قائم در امتداد محور بار متمرکز مورد نظر باشد، رابطه $\Delta\sigma_z = \frac{3P}{2\pi}\frac{Z^3}{R^5} = \frac{3P}{2\pi}\frac{z^3}{(r^2+z^2)^{5/2}}$ به صورت زیر ساده خواهد شد:

$$\Delta\sigma_z = \frac{3P}{2\pi z^2}$$

تنش به علت بار نواری (عرض محدود و طول نامحدود)

اگر مطابق شکل زیر بار نواری به شدت q که دارای عرضی محدود و طول نامحدود است، به سطح خاک وارد شود، اضافه تنش قائم ناشی از این بار در نقطه A را می توان از رابطه زیر بدست آورد:



$$\Delta\sigma_z = \frac{q}{\pi}[\beta + \sin\beta\cos(\beta + 2\delta)]$$

نکته: در رابطه بالا β برحسب رادیان می باشد

نکته: β همیشه مثبت است

نکته: δ در زیر بار منفی است.

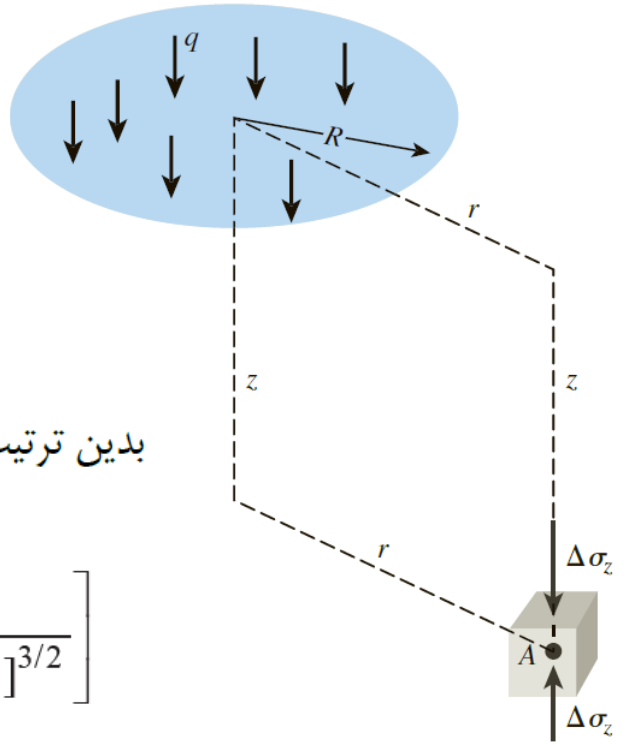
نکته: در زیر مرکز فونداسیون، تنش از رابطه زیر بدست می آید:

$$\Delta\sigma_z = \frac{q}{\pi}[\beta + \sin\beta]$$

تنش در زیر سطح بارگذاری دایره ای با شدت یکنواخت

رابطه ارائه شده توسط بوزینسک برای محاسبه افزایش تنش در اثر بار نقطه ای را می توان تعمیم داد تا رابطه ای برای تخمین افزایش تنش ناشی از بارگذاری یکنواخت سطح دایره ای انعطاف پذیر قرار گرفته در روی سطح یک محیط نیمه بینهایت بدست آید. سطح دایره ای دارای شعاع R بوده و بار یکنواخت در واحد سطح برابر q می باشد. اگر بخواهیم مؤلفه های افزایش تنش در نقطه A در زیر مرکز سطح را بدست آوریم، آنگاه المان سطح $dA = r\,dr\,d\theta$ را در نظر می گیریم. بار وارد بر روی المان سطح برابر است با $dQ = qr\,dr\,d\theta$. این بار را می توان به عنوان بار نقطه ای تقلی نمود. حال افزایش تنش قائم $d\sigma_z$ در A در اثر بار dQ را می توان با جایگزینی dQ به جای Q و $\sqrt{r^2+z^2}$ به جای R در معادله مربوط به بار منفرد بدست آورد. بنابراین:

$$d\sigma_z = \frac{3(qr\,dr\,d\theta)}{2\pi}\frac{z^3}{(r^2+z^2)^{5/2}}$$

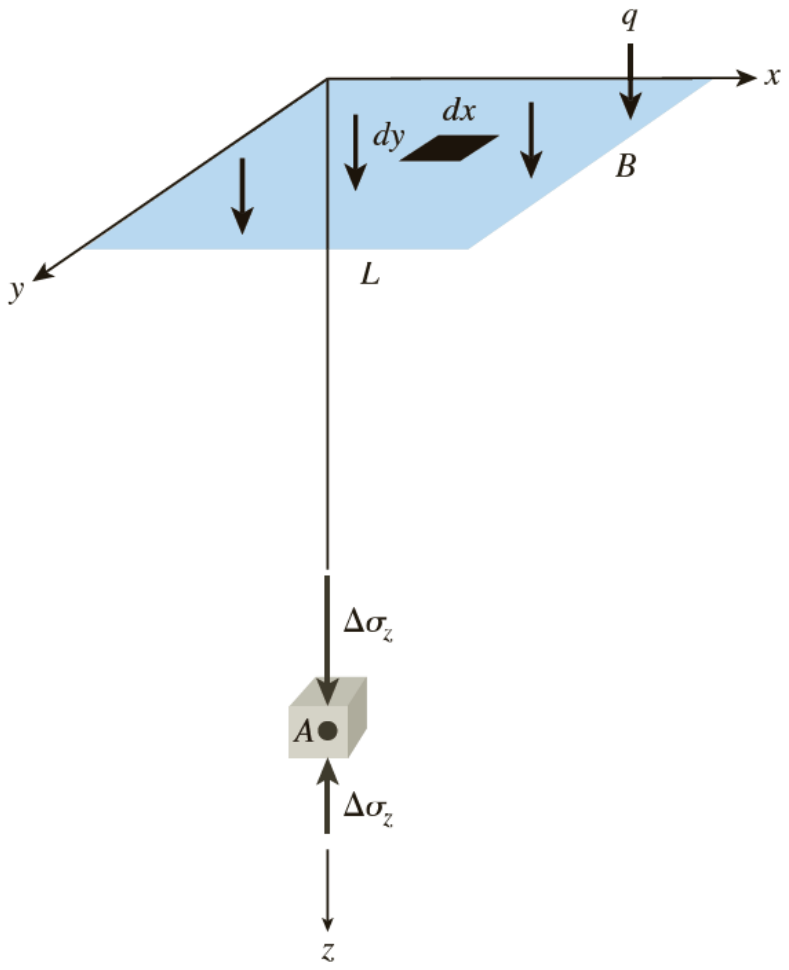


بدین ترتیب افزایش تنش قائم، σ_z در اثر کل بارگذاری در روی سطح برابر خواهد بود با:

$$\sigma_z = \int d\sigma_z = \int_{r=0}^{R}\int_{\theta=0}^{2\pi} \frac{3q}{2\pi}\frac{rz^3}{(r^2+z^2)^{5/2}}\,d\theta dr = q\left[1-\frac{1}{[1+(R/z)^2]^{3/2}}\right]$$

سطح مستطیلی انعطاف پذیر با بارگذاری یکنواخت

شکل زیر سطح مستطیلی انعطاف پذیری به طول L و عرض Bرا که به صورت یکنواخت بارگذاری شده است، نشان می دهد.



بار المان سطح dA برابر است با $dQ = q\,dx\,dy$. این بار را می توان به عنوان یک بار نقطه ای تلقی نمود. افزایش تنش قائم $d\sigma_z$ در اثر این بار در نقطه A در عمق z در زیر گوشه سطح مستطیلی را می توان به صورت زیر بدست آورد:

$$d\sigma_z = \frac{3qz^3 dx\,dy}{2\pi\,(x^2+y^2+z^2)^{5/2}}$$

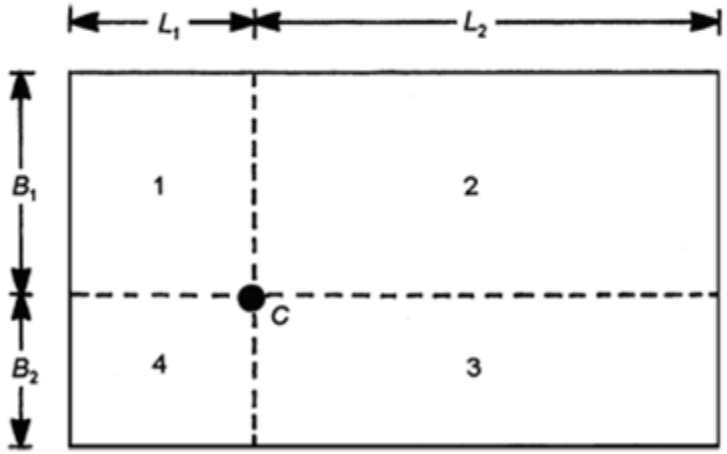
بنابراین افزایش تنش قائم در نقطه A در کل سطح بارگذاری شده برابر خواهد بود با:

$$\sigma_z = \int d\sigma_z = \int_{y=0}^{B}\int_{x=0}^{L} \frac{3qz^3 dx\,dy}{2\pi\,(x^2+y^2+z^2)^{5/2}} = qI$$

که رابطه I به صورت زیر می باشد:

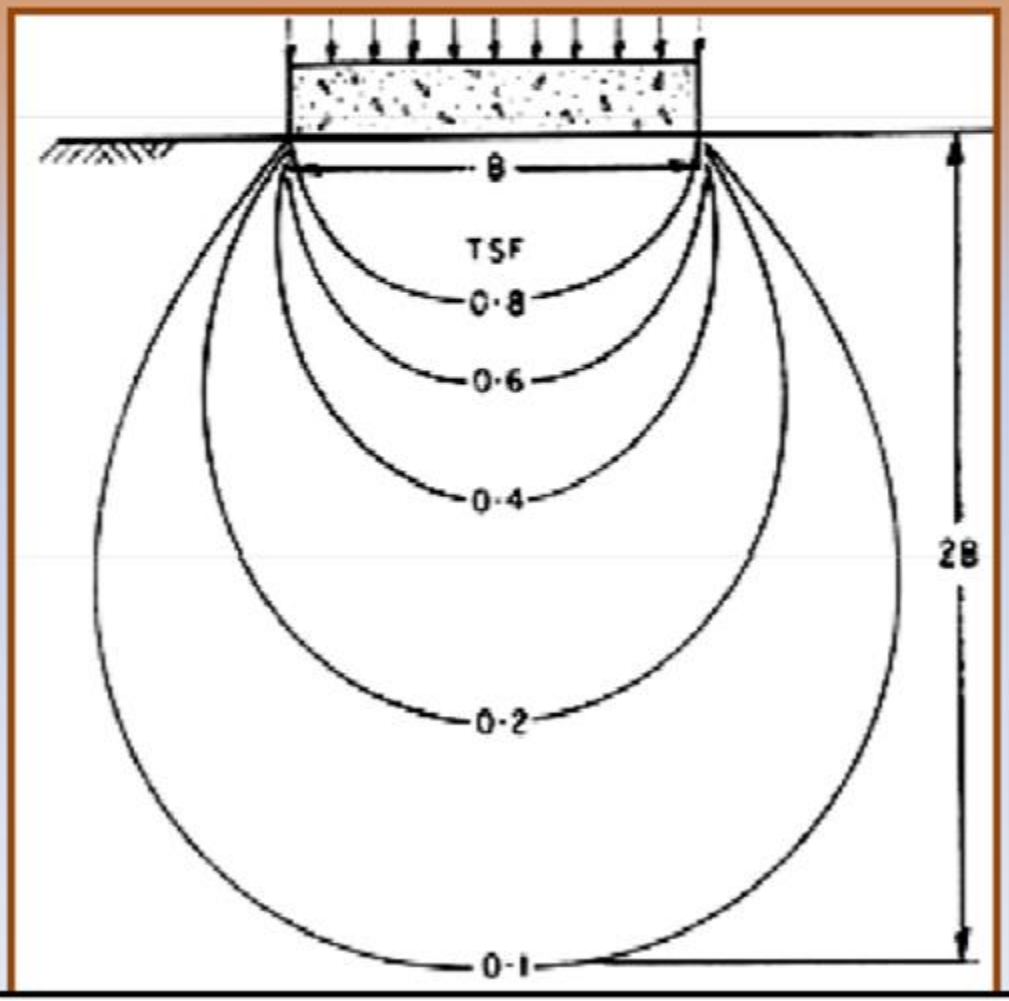
$$I = \frac{1}{4\pi}\left[\frac{2\,m\,n(m^2+n^2+1)^{0.5}}{m^2+n^2+m^2n^2+1}\times\frac{m^2+n^2+2}{m^2+n^2+1} + \tan^{-1}\frac{2\,m\,n(m^2+n^2+1)^{0.5}}{m^2+n^2-m^2n^2+1}\right]$$

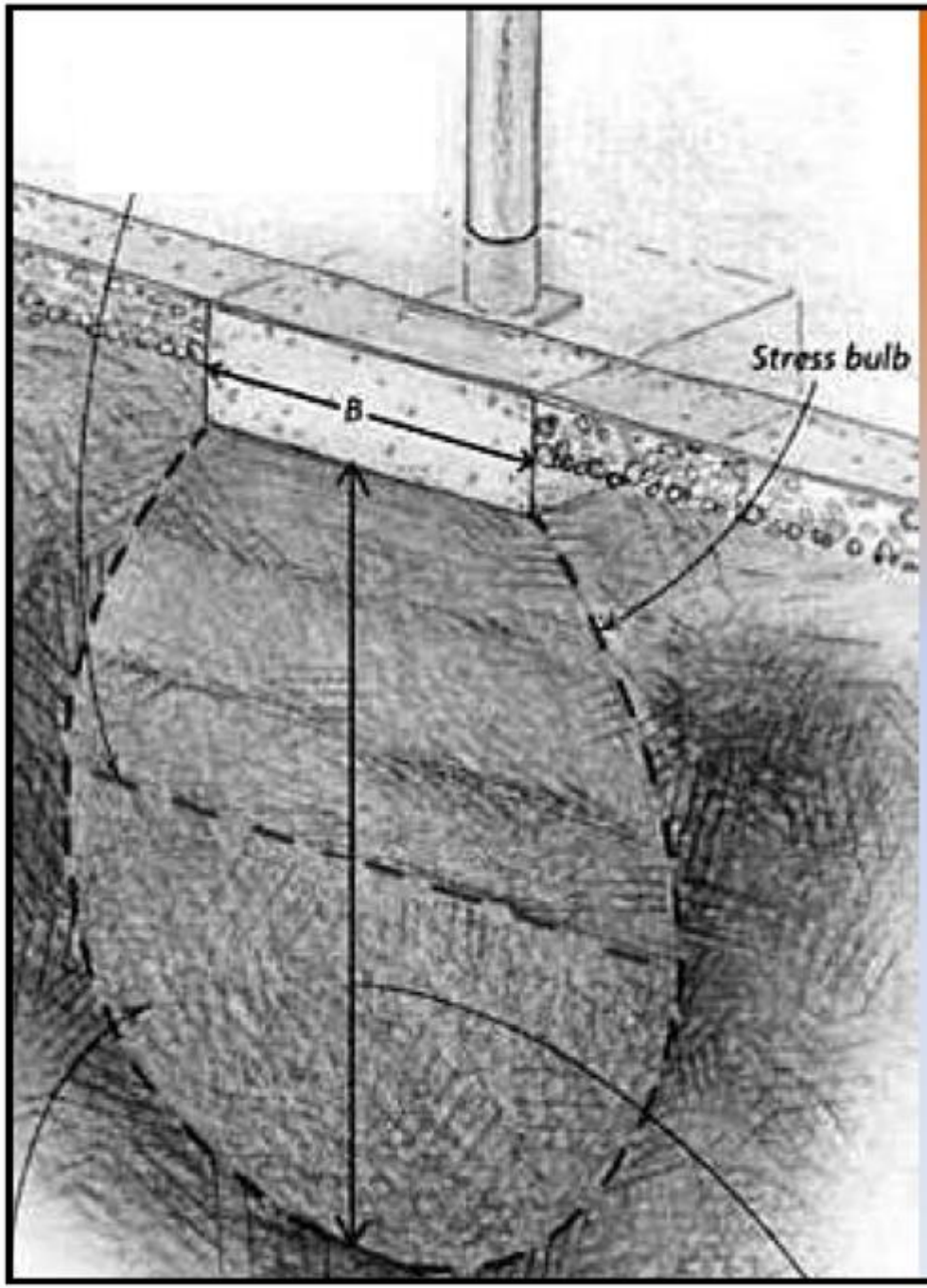
که در معادله فوق $m = \frac{B}{z}$ و $n = \frac{L}{z}$ می باشد.



توزیع تنش در خاک زیر پی با بکارگیری روشهای تحلیلی

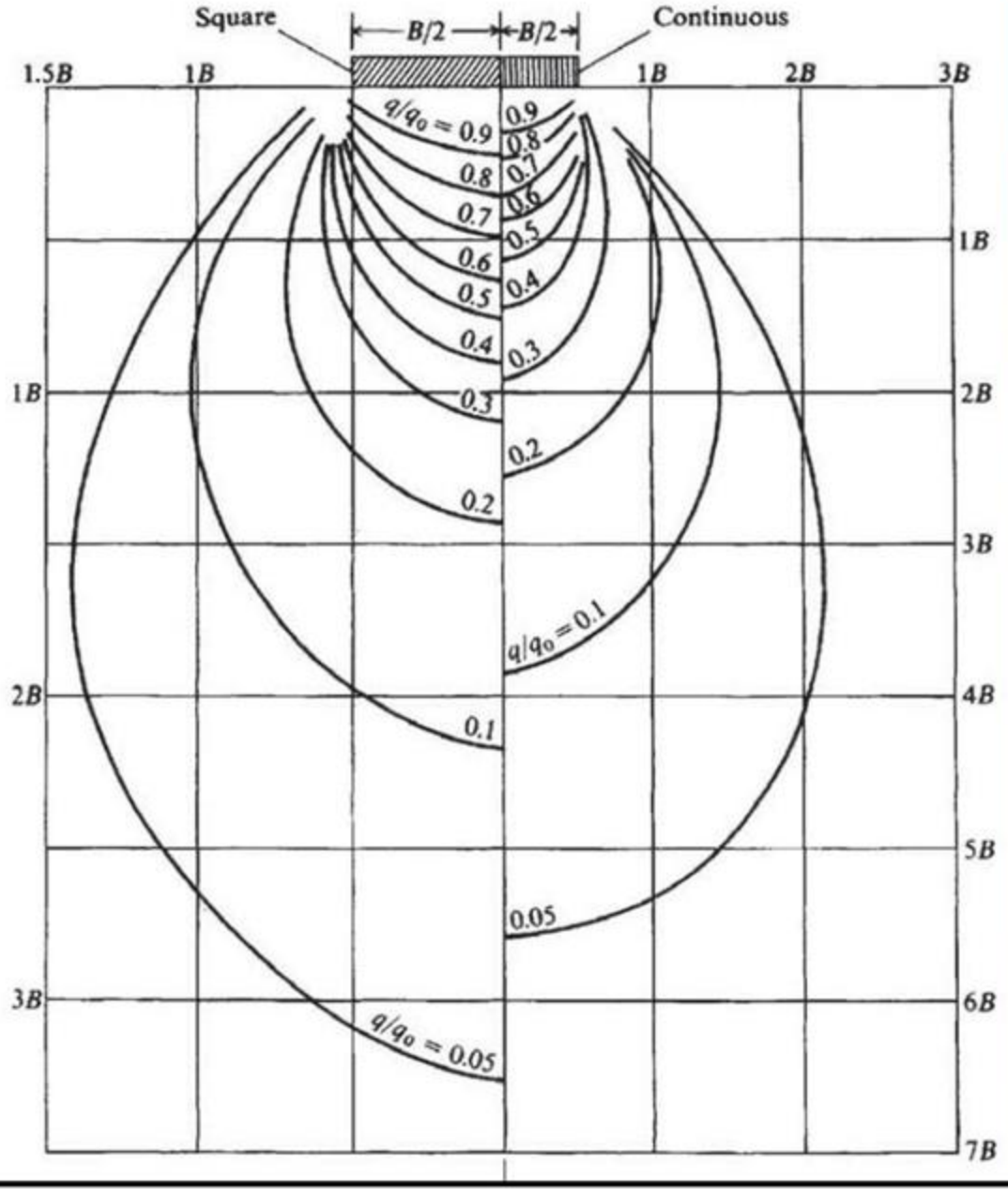
حباب های مقادیر مختلف تنش ناشی از پی





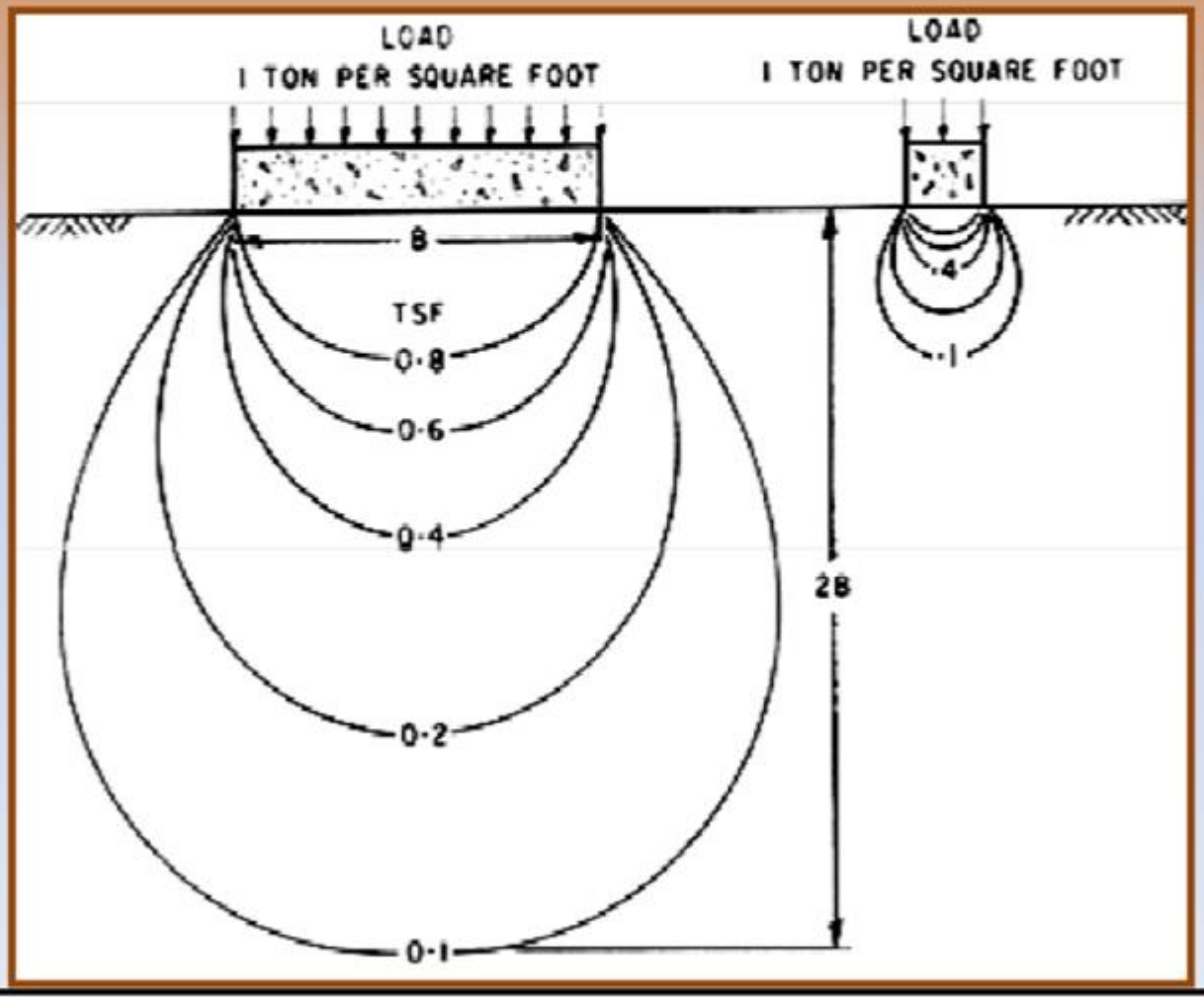
حباب یا مرز تنش های ناچیز در زیر پی

فقط دانه های درون این حباب، تنش ناشی از پی را حس میکنند.



این شکل نشان می دهد که در چه عمق یا فاصله ای از پی مقادیر تنش ناشی از پی ناچیز میشود (حدود 5 الی 10 درصد مقدار اولیه).

مقایسه حباب های تنش پی های بزرگ و کوچک با سربار یکسان



توزیع تنش در خاک زیر